

POMIAR REZYSTANCJI ZA POMOCĄ OMOMIERZA

1. Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest wykonanie prostych pomiarów na elementach zbioru stanowiących zespół – próbkę statystyczną, pozwalających na zastosowanie – z jednej strony – podstawowych metod analizy danych (szczególnie niepewności pomiarowych), z innej – jednego ze sposobów prezentacji danych statystycznych. Bezpośrednim** pomiarem podlega opór elektryczny rezystorów. Dodatkowo, pośrednio wyznaczana jest moc którą rozpraszałyby oporniki przy przepływie zadanego prądu.

2. Przyrządy pomiarowe

Pomiary przeprowadza się z wykorzystaniem multimetru cyfrowego, wyposażonego w dwa przewody zakończone wtykami bananowymi oraz dwa zaciski tzw. krokodyłkowe.

** Wyznaczanie oporu przy pomocy takiego przyrządu w rzeczywistości nie jest pomiarem bezpośrednim. Polega ono na wywołaniu przepływu prądu (o ustalonym natężeniu) przez badany obiekt i bezpośrednim pomiarze występującego na nim spadku napięcia. Ten spadek napięcia jest „przeliczany” (przez mikroprocesor przyrządu) na opór elektryczny w oparciu o *prawo Ohma* i w tej formie (i w odpowiednich jednostkach) przedstawiany na wyświetlaczu.

3. Przebieg ćwiczenia

- wtyki przewodów wkładamy do odpowiednich gniazd multimetru (podczas pomiaru rezystancji używamy gniazd oznaczonych „COM” i „V/Ω”); na drugi wtyk każdego przewodu nakładamy zacisk krokodyłkowy
- głównym przełącznikiem wybieramy zakresy pomiarowe rezystancji (sekcja oznaczona „OHM” z pozycjami: 200, 2k, 20k, 200k, 2M i 20M – opisy określają wartości maksymalne dla danego zakresu)
- przyciskiem oznaczonym „ON/OFF” włączamy przyrząd i sprawdzamy jego działanie:
 - jeżeli zaciski krokodyłkowe nie stykają się, wyświetlacz powinien pokazywać cyfrę „1” z lewej strony i puste pozostałe pozycje cyfr na wyświetlaczu – oznacza to, że mierzona wartość przekracza maksimum zakresu
 - po zetknięciu zacisków wyświetlacz powinien wykazywać wartość zerową, ewentualnie – przy wybraniu zakresu najmniejszych oporów (do 200 Ω) – niewielką wartość łącznej rezystancji połączonych przewodów i zacisków krokodyłkowych (zwykle wartości poniżej 1 Ω)
- zapisujemy wartość R_L oporu przewodów i zacisków zmierzoną na zakresie do 200 Ω,
- w dalszych pomiarach zawsze dobieramy zakres optymalny dla danego opornika (tj. **najniższy przy którym nie dochodzi do przekroczenia maksimum**)
- podczas pomiarów nie dotykamy metalowych części zacisków krokodyłkowych, końcówek rezystorów i wtyków bananowych, ponieważ dotykanie obiema rękami tych elementów może wpłynąć na wynik pomiaru, szczególnie w przypadku pomiaru rezystancji większych niż 100 kΩ

* Aktualizacja: 2017-02-27

- wykonujemy po jednym pomiarze oporności dla 100 rezystorów z zestawu (lub innej ich liczby zalecanej przez prowadzącego zajęcia) i notujemy wyniki wraz z informacją o użytym zakresie pomiarowym
- dla dwóch losowo wybranych rezystorów wykonujemy serie po 10 pomiarów rezystancji (za każdym razem odłączając i podłączając ponownie zaciski krokodylkowe do opornika)

4. Opracowanie wyników - schemat wykonania obliczeń

Przed przystąpieniem do obliczeń i czynności według opisu poniżej należy skorygować wyniki wszystkich pomiarów rezystancji poprawką związaną z ustalonym łącznym oporem elementów łączeniowych (przewody i zaciski krokodylkowe) $R_i = R_{i(\text{zmierzone})} - R_L$. Następnie:

- na podstawie tabeli dokładności miernika (tab.1.) określamy niepewności wszystkich wykonanych pomiarów; w sprawozdaniu podajemy minimalne i maksymalne niepewności dla serii
- obliczamy średnią arytmetyczną wyników serii pomiarowej dla zbioru $N = 100$ (lub innej zalecanej liczebności próbki) i odchylenie standardowe stosując wzory:

$$\bar{R} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N R_i \quad (1) \quad S_R = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (R_i - \bar{R})^2} \quad (2)$$

które traktujemy odpowiednio: jako średnią rezystancję określoną dla zbioru i miarę jej rozrzutu,

- szacujemy niepewność standardową $U_{\bar{R}}$ z jaką ustalona została średnia $\bar{R}$, uwzględniając zarówno błędy przypadkowe (związane z rozrzutem wyników w serii), jak i przyczynki związane z dokładnością multimetru (dodatkowe wyjaśnienia na następnych stronach)
- w celu sporządzenia histogramu: znajdujemy najmniejszą i największą wartość rezystancji $R_{\min}$ i $R_{\max}$, po czym dobieramy szerokość przedziałów ΔR : dzielimy tzw. rozstęp, czyli różnicę $R_{\max} - R_{\min}$, przez liczbę przedziałów, np. $M = 10$; najczytelniejsze histogramy uzyskuje się tak dobierając M oraz zaokrąglając ΔR i dolną granicę pierwszego przedziału ($R_0 < R_{\min}$), by uzyskane w ten sposób granice przedziałów wartości rezystancji: $\langle R_0, R_0 + \Delta R \rangle, \langle R_0 + \Delta R, R_0 + 2\Delta R \rangle, \dots, \langle R_0 + (M-1)\Delta R, R_0 + M\Delta R \rangle$ nie miały postaci wielocyfrowych ułamków dziesiętnych utrudniających korzystanie z histogramu,
- każdą zmierzoną wartość rezystancji zaliczamy do tylko jednego z przedziałów (przedtem, dla ułatwienia, należy posortować wyniki pomiarów w porządku rosnącym)
- wykonujemy histogram, w postaci wykresu kolumnowego, w którym wysokości kolumn określone są liczebnością wyników mieszczących się w poszczególnych przedziałach; uwaga: fakt, że rezystancja jest wielkością ciągłą należy zasygnalizować na histogramie przez użycie kolumn o podstawach równych szerokości przedziałów
- na histogramie zaznaczamy wartość średniej $\bar{R}$ oraz zakresy niepewności standardowej $U_{\bar{R}}$ i odchylenia standardowego S_R
- histogram można przygotować wykorzystując wbudowane funkcje arkusza kalkulacyjnego nie polegając jednak zbyt mocno na domyślnych ustawieniach oprogramowania
- dobrym pomysłem jest wypróbowanie więcej niż jednego wariantu M i R_0 i wybranie tego, który najlepiej przedstawia szczegóły rozkładu wartości w zbiorze
- obliczamy średnią moc P (i jej niepewność standardową U_P), która wydzieliliby się (jako ciepło) na badanych opornikach, przy przepływie prądu stabilizowanego na wartości $I = 1 \text{ mA}$ z dokładnością określoną przez niepewność standardową $U_I = 5 \text{ }\mu\text{A}$; wykorzystujemy formuły:

$$P = I^2 \bar{R} \quad (3) \quad U_P = P \sqrt{\left(2 \frac{U_I}{I}\right)^2 + \left(\frac{U_{\bar{R}}}{\bar{R}}\right)^2} \quad (4)$$

końcowy wynik przedstawiamy zgodnie z regułami zapisu (liczba cyfr znaczących wartości mocy i niepewności standardowej oraz odpowiednio dobrany przedrostek jednostki)

- na podstawie wyników pomiarów 10-krotnych znajdujemy wartości średnie oraz szacujemy niepewności standardowe wybranych oporników; rezultaty przedstawiamy stosując oznaczenia:

$$R_A = (\bar{R}_A \pm U_{RA}) \Omega$$

$$R_B = (\bar{R}_B \pm U_{RB}) \Omega$$

(gdzie U_{RZ} oznaczają niepewności standardowe ustalonych wartości R_Z , $Z = A, B$)

- we wnioskach umieszczamy komentarz na temat rozkładu wartości w całym zbiorze oporników oraz analizę zgodności wyników dla $\bar{R}$, R_A i R_B , biorąc pod uwagę także tolerancję wartości podaną przez producenta oporników (część kodu paskowego lub wartość liczbową podaną na elementach)

Wyjaśnienia dotyczące szacowania niepewności

Niepewność standardową wielkości x , której wartość wyznaczana jest w serii N pomiarów bezpośrednich przyrządem o błędzie granicznym Δ_{gr} oblicza się jako:

$$U_x = \sqrt{u_A^2 + u_B^2 + u_{B'}^2 + \dots}$$

Szczegóły obliczeniowe:

$u_A = t_{N-1; 0,6827} \cdot S_{\bar{x}}$ - **niepewność standardowa typu A** związana ze źródłami błędów przypadkowych, obliczana z założeniem normalnego rozkładu odchyleń wyników pomiarów od wartości właściwej

Wielkości $S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}$ (odchylenie standardowe średniej) i $\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$ (średnia arytmetyczna) to dwa

z podstawowych parametrów statystycznych serii o wynikach $\{x_i, i = 1, 2, \dots, N\}$, które najlepiej obliczyć przy pomocy arkusza kalkulacyjnego. $t_{N-1; 0,6827}$ oznacza współczynnik Studenta-Fishera dla liczby N powtórzeń pomiarów w serii oraz dla poziomu ufności 0,6827. Wartość współczynnika odczytujemy z tablic współczynników Studenta-Fishera (dostępnych np. na stronie internetowej I Pracowni Fizycznej i w wielu podręcznikach analizy niepewności pomiarowych). Istnieją także funkcje w arkuszach kalkulacyjnych obliczające ich wartości.

Użycie współczynników Studenta-Fishera jest konieczne przy „krótkich” seriach pomiarowych (przyjmuje się za takie serie z N nieprzekraczającym 30). Niewielka liczba powtórzeń stwarza ryzyko otrzymania danych o niereprezentatywnym, zbyt małym rozrzucie. Z analizy metodami statystyki i rachunku prawdopodobieństwa (przeprowadzonej po raz pierwszy przez W. S. Gosseta – ps. Student, 1908), wynika prawidłowość, zgodnie z którą, określony odsetek serii pomiarowych dostarcza danych zaniżających wartości miary rozrzutu. Przy niewielkich liczbach pomiarów odsetek ten jest przeważający i dość znaczący. Skutki zaniżenia korygowane są (z punktu widzenia statystyki wielu serii pomiarowych) przy pomocy współczynników Studenta-Fishera. W przypadkach „długich” serii pomiarowych ($N > 30$) wartości $t_{N-1; 0,6827}$ są bardzo bliskie 1, więc jako wartości niepewności standardowej typu A przyjmuje się wtedy odchylenia standardowe średniej $S_{\bar{x}}$.

$u_B = \Delta_{gr} / \sqrt{3}$ - **niepewność standardowa typu B**

związana z błędami pomiarowymi wynikającymi z ograniczonej dokładności zastosowanego przyrządu

Jeżeli producent specyfikuje dla przyrządu więcej (niż jeden) niezależnych przyczynków do niepewności tego typu, każdemu z nich powinien odpowiadać dodatkowy składnik w sumie pod pierwiastkiem w równaniu na U_x . Czasami producenci zamiast błędów granicznych (z oznaczeniem $\pm$), podają ich miary odpowiadające odchyleniom standardowym rozkładów błędów, czyli bezpośrednio wartości przyczynków u_B .

W tym ćwiczeniu, dane o przyczynkach typu B dla rezystancji podane są w tab. 1. Specyfikacja producenta pozwala na różne interpretacje: uznanie obu składników za błąd graniczny Δ_{gr} , lub przyjęcie za taki tylko części związanej z wartością odczytu (rdg), natomiast drugiego przyczynku zależnego od zakresu (dgt) – jako „gotową” miarę u_B .

Miara dokładności stabilizacji prądu podana na potrzeby ustalenia rozpraszanej mocy cieplnej ma postać niepewności standardowej.

Tabela 1. Dokładności miernika METEX M-3800 (na podstawie dokumentacji przyrządu).

FUNKCJA	ZAKRES	KLASA	Rozdzielczość
napięcie stałe DC	200 mV	$\pm 0,5\% \text{ rdg}^{1)} + 1 \text{ dgt}^{2)}$	100 μV
	2 V		1 mV
	20 V		10 mV
	200 V		100 mV
	1000 V		1 V
napięcie zmienne AC	200 mV	$\pm 1,2\% \text{ rdg} + 3 \text{ dgt}$	100 μV
	2 V	$\pm 0,8\% \text{ rdg} + 3 \text{ dgt}$	1 mV
	20 V		10 mV
	200 V	$\pm 1,2\% \text{ rdg} + 3 \text{ dgt}$	100 mV
	750 V		1 V
prąd stały DC	200 μA	$\pm 0,5\% \text{ rdg} + 1 \text{ dgt}$	0,1 μA
	2 mA		1 μA
	20 mA		10 μA
	200 mA	$\pm 1,2\% \text{ rdg} + 1 \text{ dgt}$	100 μA
	2 A		1 mA
	20 A	$\pm 2,0\% \text{ rdg} + 5 \text{ dgt}$	10 mA
prąd zmienny AC	200 μA	$\pm 1,0\% \text{ rdg} + 3 \text{ dgt}$	0,1 μA
	2 mA		1 μA
	20 mA		10 μA
	200 mA	$\pm 1,8\% \text{ rdg} + 5 \text{ dgt}$	100 μA
	2 A		1 mA
	20 A	$\pm 3,0\% \text{ rdg} + 7 \text{ dgt}$	10 mA
rezystancja	200 Ω	$\pm 0,5\% \text{ rdg} + 3 \text{ dgt}$	0,1 Ω
	2 k Ω	$\pm 0,5\% \text{ rdg} + 1 \text{ dgt}$	1 Ω
	20 k Ω		10 Ω
	200 k Ω		100 Ω
	2 M Ω		1 k Ω
	20 M Ω	$\pm 1,0\% \text{ rdg} + 2 \text{ dgt}$	10 k Ω

¹⁾rdg – wartość pomiaru; ²⁾dgt – wartość ostatniej cyfry odczytu