

WYZNACZANIE GĘSTOŚCI CIAŁ STAŁYCH I

1. Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest wykonanie najprostszych pomiarów pozwalających na zastosowanie podstawowych metod analizy danych, w szczególności niepewności pomiarowych. Bezpośrednim pomiarom podlegają masy i wymiary brył regularnych. Wielkościami wyznaczanymi pośrednio są objętości i średnie gęstości brył.

2. Przebieg ćwiczenia

- Sprawdzamy i notujemy liczbowe oznaczenia trzech prostopadłościennych próbek materiałów – tymi samymi numerami (j) należy indeksować długości, szerokości, wysokości, objętości, masy i gęstości próbek (odpowiednio $a_j, b_j, c_j, V_j, m_j, \rho_j$).
- Pięciokrotnie mierzymy suwmiarką i zapisujemy w Tabeli pomiarów długość, szerokość i wysokość każdej z próbek (notujemy *błąd graniczny* przyrządu).
- Jednokrotnie ważymy próbki przy pomocy wagi precyzyjnej i zapisujemy ich masy; notujemy informacje o dokładności pomiarów – należy zwrócić uwagę, że w specyfikacji dostarczonej przez producenta przyrządu wymienione są dwa niezależne źródła błędów (sposób podania związanych z nimi przyczynków do niepewności każdego z nich jest inny).

3. Opracowanie wyników - schemat wykonania obliczeń

- obliczamy średnie wartości wymiarów geometrycznych prostopadłościanów $\bar{a}_j, \bar{b}_j$ i $\bar{c}_j$
- szacujemy *niepewności standardowe* dla ustalonych wymiarów geometrycznych U_{a_j}, U_{b_j} i U_{c_j} , uwzględniając zarówno błędy przypadkowe, jak i przyczynki związane z dokładnością przyrządu pomiarowego (dodatkowe wyjaśnienia na następnej stronie)
- obliczamy objętość każdego z prostopadłościanów:

$$V_j = \bar{a}_j \bar{b}_j \bar{c}_j \quad (1)$$

- obliczamy *niepewności standardowe* wyznaczonych objętości korzystając z wzoru:

$$U_{V_j} = V_j \sqrt{\left(\frac{U_{a_j}}{\bar{a}_j}\right)^2 + \left(\frac{U_{b_j}}{\bar{b}_j}\right)^2 + \left(\frac{U_{c_j}}{\bar{c}_j}\right)^2} \quad (2)$$

- obliczamy gęstości materiałów, z których wykonane są prostopadłościany, wraz z odpowiednimi *niepewnościami standardowymi*:

$$\rho_j = \frac{m_j}{V_j}, \quad (3)$$

$$U_{\rho_j} = \rho_j \sqrt{\left(\frac{U_{m_j}}{m_j}\right)^2 + \left(\frac{U_{V_j}}{V_j}\right)^2} \quad (4)$$

(gdzie U_{m_j} oznacza *niepewność standardową* dla masy m_j)

* Aktualizacja: 2017-02-27

- wyniki wszystkich obliczeń przedstawiamy w postaci Tabeli wyników, w zapisie stosując odpowiednie zasady zaokrągleń
- na podstawie uzyskanych wyników, dostępnych danych literaturowych, a także wyglądu poszczególnych prostopadłościanów próbujemy zidentyfikować substancje, z których je wykonano

Tabela pomiarów

j	i	$a_{j,i}$	$b_{j,i}$	$c_{j,i}$	m_j
	1				
	2				
	3				
	4				
	5				
	1				
	2				

Tabela wyników obliczeń

j	$\bar{a}_j$	U_{a_j}	$\bar{b}_j$	U_{b_j}	$\bar{c}_j$	U_{c_j}	m_j	U_{m_j}	V_j	U_{V_j}	ρ_i	U_{ρ_j}

Wyjaśnienia dotyczące szacowania niepewności

Niepewność standardową wielkości x , której wartość wyznaczana jest w serii N pomiarów bezpośrednich przyrządem o błędzie granicznym Δ_{gr} oblicza się jako:

$$U_x = \sqrt{u_A^2 + u_B^2 + u_{B'}^2 + \dots}$$

Szczegóły obliczeniowe:

$u_A = t_{N-1; 0,6827} \cdot S_{\bar{x}}$ - **niepewność standardowa typu A** związana ze źródłami błędów przypadkowych, obliczana z założeniem normalnego rozkładu odchyleń wyników pomiarów od wartości właściwej

Wielkości $S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}$ (odchylenie standardowe średniej) i $\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$ (średnia arytmetyczna) to dwa z podstawowych parametrów statystycznych serii o wynikach $\{x_i, i = 1, 2, \dots, N\}$, które najlepiej obliczyć przy pomocy arkusza kalkulacyjnego. $t_{N-1; 0,6827}$ oznacza współczynnik Studenta-Fishera dla liczby N powtórzeń pomiarów w serii oraz dla poziomu ufności 0,6827. Wartość współczynnika odczytujemy z tablic współczynników Studenta-Fishera (dostępnych np. na stronie internetowej I Pracowni Fizycznej i w wielu podręcznikach analizy niepewności pomiarowych). Istnieją także funkcje w arkuszach kalkulacyjnych obliczające ich wartości.

Użycie współczynników Studenta-Fishera jest konieczne przy „krótkich” seriach pomiarowych (przyjmuje się za takie serie z N nieprzekraczającym 30). Niewielka liczba powtórzeń stwarza ryzyko otrzymania danych o niereprezentatywnym, zbyt małym rozrzucie. Z analizy metodami statystyki i rachunku prawdopodobieństwa (przeprowadzonej po raz pierwszy przez W.S. Gosseta – ps. Student, 1908), wynika prawidłowość, zgodnie z którą, określony odsetek serii pomiarowych dostarcza danych zaniżających wartości miary rozrzutu. Przy niewielkich liczbach pomiarów odsetek ten jest przeważający i dość znaczący. Skutki zaniżenia korygowane są (z punktu widzenia statystyki wielu serii pomiarowych) przy pomocy współczynników Studenta-Fishera. W przypadkach „długich” serii pomiarowych ($N > 30$) wartości $t_{N-1; 0,6827}$ są bardzo bliskie 1, więc jako wartości niepewności standardowej typu A przyjmuje się wtedy odchylenia standardowe średniej $S_{\bar{x}}$.

$u_B = \Delta_{gr} / \sqrt{3}$ - **niepewność standardowa typu B** związana z błędami pomiarowymi wynikającymi z ograniczonej dokładności zastosowanego przyrządu

Jeżeli producent specyfikuje dla przyrządu więcej (niż jeden) niezależnych przyczynków do niepewności tego typu, każdemu z nich powinien odpowiadać dodatkowy składnik w sumie pod pierwiastkiem w równaniu na U_x . Czasami producenci zamiast błędów granicznych Δ_{gr} (z oznaczeniem $\pm$), podają ich miary odpowiadające odchyleniom standardowym rozkładów błędów, czyli bezpośrednio wartości przyczynków u_B .

Wskazówka: w bieżącym ćwiczeniu, w związku z jednokrotnymi pomiarami mas próbek, w niepewnościach U_{m_j} uwzględnia się tylko przyczynki typu B. Jeden z nich jest specyfikowany przez producenta w postaci miary u_B .