

WYZNACZANIE GĘSTOŚCI CIAŁ STAŁYCH II

1. Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest wykonanie najprostszych pomiarów pozwalających na zastosowanie podstawowych metod analizy danych, w szczególności niepewności pomiarowych. Bezpośrednim pomiarom podlegają masy i wymiary brył regularnych. Wielkościami wyznaczanymi pośrednio są objętości i średnie gęstości brył.

2. Przebieg ćwiczenia

Ustalamy wymiary i masy brył cylindrycznych: walca pełnego (p_1), walca wydrążonego (w_1) oraz ewentualne kolejnych po ustaleniu z opiekunem ($p_2, p_3, \dots$, względnie $w_2, w_3, \dots$):

- Pięciokrotnie mierzymy suwmiarką i zapisujemy w Tabeli pomiarów średnicę zewnętrzną D_i i wysokość H_i walców oraz średnicę wewnętrzną d_i i głębokość wydrążenia h_i walców wydrążonych (notujemy *błąd graniczny* przyrządu).
- Jednokrotnie ważymy przy pomocy wagi precyzyjnej i zapisujemy masy walców, notujemy informację o dokładności pomiarów – należy zwrócić uwagę, że w specyfikacji dostarczonej przez producenta przyrządu wymienione są dwa niezależne źródła błędów (sposób podania związanych z nimi przyczynków do niepewności każdego z nich jest inny).

2. Opracowanie wyników - schemat wykonania obliczeń

- obliczamy średnie wartości wymiarów: $\bar{D}_p, \bar{H}_p, \bar{D}_w, \bar{H}_w, \bar{d}_w, \bar{h}_w, \dots$
- szacujemy *niepewności standardowe* dla tych wymiarów: $U_{D_p}, U_{H_p}, U_{D_w}, U_{H_w}, U_{d_w}, U_{h_w}, \dots$, uwzględniając zarówno błędy przypadkowe, jak i przyczynki związane z dokładnością przyrządów pomiarowych (dodatkowe wyjaśnienia na następnej stronie)
- obliczamy objętość każdej z brył:

$$V_p = \frac{1}{4} \pi \bar{D}_p^2 \bar{H}_p \quad (1), \quad V_w = \frac{1}{4} \pi (\bar{D}_w^2 \bar{H}_w - \bar{d}_w^2 \bar{h}_w) \quad (2)$$

- obliczamy *niepewności standardowe* wyznaczonych objętości korzystając z następujących wzorów:

$$U_{V_p} = V_p \sqrt{4 \left(\frac{U_{D_p}}{\bar{D}_p} \right)^2 + \left(\frac{U_{H_p}}{\bar{H}_p} \right)^2} \quad (3), \quad U_{V_w} = V_w \sqrt{4 \left(\frac{U_{D_w}}{\bar{D}_w} \right)^2 + \left(\frac{U_{H_w}}{\bar{H}_w} \right)^2 + 4 \left(\frac{U_{d_w}}{\bar{d}_w} \right)^2 + \left(\frac{U_{h_w}}{\bar{h}_w} \right)^2} \quad (4)$$

- obliczamy gęstości materiałów, z których wykonane są bryły, wraz z odpowiednimi *niepewnościami standardowymi*:

$$\rho_j = \frac{m_j}{V_j} \quad (5), \quad U_{\rho_j} = \rho_j \sqrt{\left(\frac{U_{m_j}}{m_j} \right)^2 + \left(\frac{U_{V_j}}{V_j} \right)^2} \quad (6)$$

(gdzie U_{m_j} oznacza *niepewność standardową* dla masy m_j)

* Aktualizacja: 2017-02-27

- wyniki wszystkich obliczeń przedstawiamy w postaci Tabeli wyników obliczeń, w zapisie stosując odpowiednie zasady zaokrągleń
- na podstawie uzyskanych wyników, dostępnych danych literaturowych, a także wyglądu poszczególnych walców próbujemy zidentyfikować substancje, z których je wykonano

Tabela pomiarów

j	i	D _i	H _i	d _i	h _i	m _j
p ₁	1			--	--	
	2			--	--	
	3			--	--	
	4			--	--	
	5			--	--	
w ₁	1					
	2					
	3					
	4					
	5					
...						

Tabela wyników obliczeń

j	$\bar{D}_j$	U_{D_j}	$\bar{H}_j$	U_{H_j}	$\bar{d}_j$	U_{d_j}	$\bar{h}_j$	U_{h_j}	m _j	U _{m_j}	V _j	U _V	ρ _i	U _{ρ_i}
p ₁					--	--	--	--						
w ₁														
...														

Wyjaśnienia dotyczące szacowania niepewności

Niepewność standardową wielkości x, której wartość wyznaczana jest w serii N pomiarów bezpośrednich przyrządem o błędzie granicznym Δ_{gr} oblicza się jako:

$$U_x = \sqrt{u_A^2 + u_B^2 + u_{B'}^2 + \dots}$$

Szczegóły obliczeniowe:

$u_A = t_{N-1; 0,6827} \cdot S_{\bar{x}}$ - niepewność standardowa typu A związana ze źródłami błędów przypadkowych, obliczana z założeniem normalnego rozkładu odchyleń wyników pomiarów od wartości właściwej

Wielkości $S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}$ (odchylenie standardowe średniej) i $\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$ (średnia arytmetyczna) to dwa

z podstawowych parametrów statystycznych serii o wynikach {x_i, i = 1, 2, ..., N}, które najlepiej obliczyć przy pomocy arkusza kalkulacyjnego. $t_{N-1; 0,6827}$ oznacza współczynnik Studenta-Fishera dla liczby N powtórzeń pomiarów w serii oraz dla poziomu ufności 0,6827. Wartość współczynnika odczytujemy z tablic współczynników Studenta-Fishera (dostępnych np. na stronie internetowej I Pracowni Fizycznej i w wielu podręcznikach analizy niepewności pomiarowych). Istnieją także funkcje w arkuszach kalkulacyjnych obliczające ich wartości.

Użycie współczynników Studenta-Fishera jest konieczne przy „krótkich” seriach pomiarowych (przyjmuje się za takie serie z N nieprzekraczającym 30). Niewielka liczba powtórzeń stwarza ryzyko otrzymania danych o niereprezentatywnym, zbyt małym rozrzucie. Z analizy metodami statystyki i rachunku prawdopodobieństwa (przeprowadzonej po raz pierwszy przez W.S. Gosseta – ps. Student, 1908), wynika prawidłowość, zgodnie z którą, określony odsetek serii pomiarowych dostarcza danych zaniżających wartości miary rozrzutu. Przy niewielkich liczbach pomiarów odsetek ten jest przeważający i dość znaczący. Skutki zaniżenia korygowane są (z punktu widzenia statystyki wielu serii pomiarowych) przy pomocy współczynników Studenta-Fishera. W przypadkach „długich” serii pomiarowych (N > 30) wartości $t_{N-1; 0,6827}$ są bardzo bliskie 1, więc jako wartości niepewności standardowej typu A przyjmuje się wtedy odchylenia standardowe średniej $S_{\bar{x}}$.

$u_B = \Delta_{gr} / \sqrt{3}$ - niepewność standardowa typu B związana z błędami pomiarowymi wynikającymi z ograniczonej dokładności zastosowanego przyrządu

Jeżeli producent specyfikuje dla przyrządu więcej (niż jeden) niezależnych przyczynków do niepewności tego typu, każdemu z nich powinien odpowiadać dodatkowy składnik w sumie pod pierwiastkiem w równaniu na U_x. Czasami producenci zamiast błędów granicznych Δ_{gr} (z oznaczeniem ±), podają ich miary odpowiadające odchyleniom standardowym rozkładów błędów, czyli bezpośrednio wartości przyczynków **u_B**.

Wskazówka: w bieżącym ćwiczeniu, w związku z jednokrotnymi pomiarami mas próbek, w niepewnościach U_{m_j} uwzględnia się tylko przyczynki typu B. Jeden z nich jest specyfikowany przez producenta w postaci miary **u_B**.