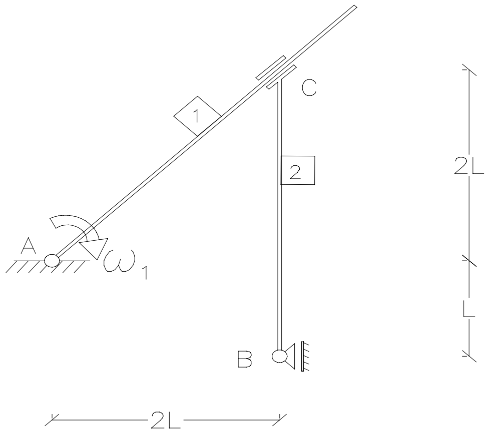
Przykład 3.6. Wyznaczanie prędkości i przyśpieszenia z wykorzystaniem twierdzenia o ruchu złożonym



rys. 6. A

Tarcza 1 układu przedstawionego na rysunku 6.A obraca się ze stałą prędkością kątową $\omega_1 = \omega_0$.

Znaleźć prędkość i przyśpieszenie podpory przesuwnej B.

ROZWIĄZANIE

Zadanie rozwiążemy wykorzystując twierdzenie o prędkościach i przyśpieszeniach w ruchu złożonym. Układ ruchomy *XY* zwiążemy z tarczą 1, tym samym ruch unoszenia będzie opisany przez obrót tarczy 1 wokół podpory A (rys. 6.Ba). Ruchem względnym będzie ruch tarczy 2 względem tarczy 1. Połączenie teleskopowe obu tarcz dopuszcza jedynie ich wzajemne przesunięcie w kierunku wyznaczanym w każdej chwili osią tarczy 1, tym samym ruch tarczy 2 w układzie ruchomym XY jest ruchem postępowym (rys. 6.Ba).

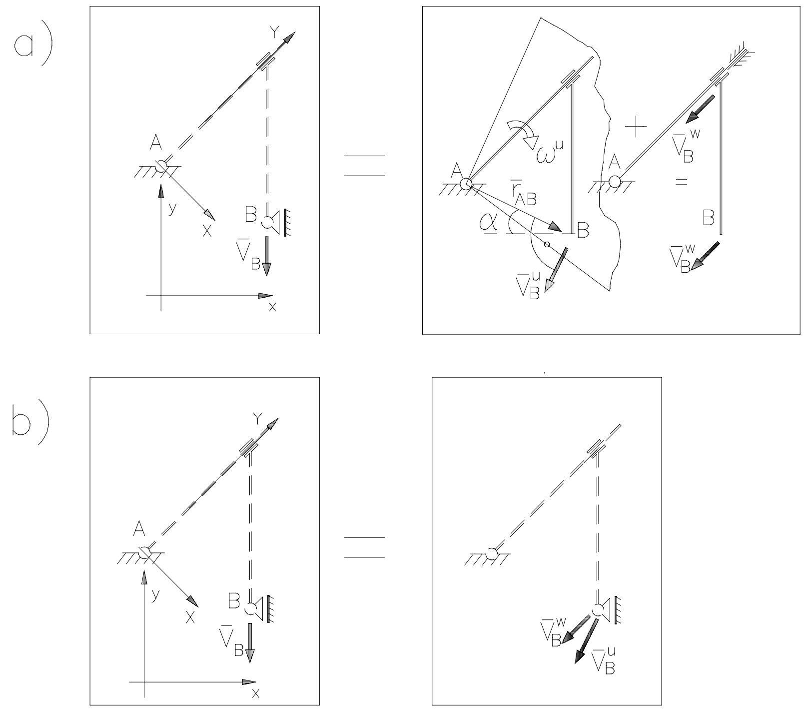
1. Obliczenie prędkości

Warunki podparcia tarczy 2 determinują kierunek prędkości bezwzględnej punktu B (rys. 6.Bb). Wykorzystując dla tego punktu twierdzenie o prędkościach w ruchu złożonym mamy:

$$\overline{V}_B^b = \overline{V}_B^u + \overline{V}_B^w \qquad (*)$$

gdzie $\overline{V}_B^u = \overline{\omega}^u \times \overline{r}_{AB}$

czyli $V_B^u = \omega^u \left| AB \right| = \sqrt{5}\omega_o l$.



rys. 6.B

Równanie (*) zawiera 2 niewiadome - wartości V_B^b, V_B^w. Rzutując wektory w równaniu (*) na oś *x* prostopadłą do wektora $\overline{V}_B^b$ oraz oś *y* (rys. 6.Bb) otrzymujemy układ

$$\begin{cases} 0 = -V_B^u \sin\alpha - V_B^w \cos 45^\circ \\ -V_B^b = -V_B^u \cos\alpha - V_B^w \cos 45^\circ \end{cases}$$

z rozwiązania którego uzyskujemy $V_B^b = \omega_o l$ oraz $V_B^w = -\sqrt{2}\omega_o l$.

Wyznaczona prędkość w ruchu względnym potrzebna będzie do obliczenia przyśpieszenia Coriolisa.

2. Obliczenie przyśpieszenia

Rozumowanie analogiczne do przeprowadzonego przy obliczaniu prędkości prowadzi do przedstawienia przyśpieszenia bezwzględnego punktu B w postaci sumy:

- przyśpieszenia unoszenia
- przyśpieszenia względnego
- przyśpieszenia Coriolisa.

<u>Przyśpieszenie unoszenia punktu B</u>, to przyśpieszenie jakie uzyskałby punkt B sztywno związany z tarczą 1 (z układem *XY*) obracającą się wokół podpory A. Pozwala to na przedstawienie tego przyśpieszenia w postaci sumy przyśpieszenia normalnego i stycznego w ruchu obrotowym punktu B wokół punktu A:

$$\overline{a}_B^u = \overline{a}_B^{un} + \overline{a}_B^{u\tau} \ .$$

<u>Przyśpieszenie względne</u> jest przyśpieszeniem punktu B w ruchu postępowym prostoliniowym tarczy 2 względem tarczy 1. Ma ono zatem ten sam kierunek co prędkość względna .

<u>Przyśpieszenie Coriolisa</u> z definicji wynosi $\overline{a}_B^{Cor} = 2\overline{\omega}_B^u \times \overline{V}_B^w$.

Przyśpieszenie bezwzględne punktu B wynosi

$$\overline{a}_B^b = \overline{a}_B^{un} + \overline{a}_B^{u\tau} + \overline{a}_B^w + \overline{a}_B^{Cor} , \qquad (**)$$

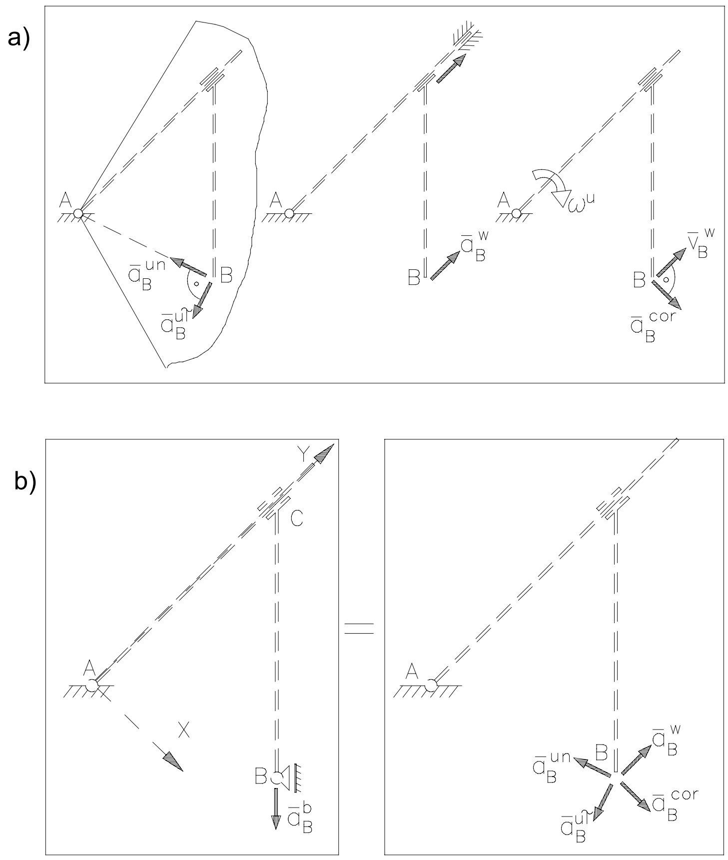
gdzie

$$a_B^{un} = \left(\omega^u\right)^2 \left|AB\right| = \sqrt{5}\omega_o^2 l ,$$

$$a_B^{u\tau} = 0 \text{ , ponieważ } \varepsilon^u = \varepsilon_1 = 0 ,$$

$$a_B^{Cor} = 2\omega_B^u V_B^w \sin 90^{\circ} = 2\sqrt{2}\omega_o^2 l .$$

Na rysunku 6.Ca przedstawiony jest sposób wyznaczenia kierunków wektorów opisujących bezwzględne przyśpieszenie punktu B (na rysunku uwzględniono rzeczywisty zwrot wektora $\overline{V}_B^w$ wyznaczony w punkcie1). Rysunek 6.Cb ilustruje równanie (**).



rys. 6. C

Rzutując wektory w równaniu (**) na oś prostopadłą do wektora $\overline{a}_B^w$ (oś *X* na rysunku 6.Cb) otrzymujemy

$$a_B^b \frac{1}{\sqrt{2}} = -a_B^{un} \cos\alpha \frac{1}{\sqrt{2}} - a_B^{un} \sin\alpha \frac{1}{\sqrt{2}} + a_B^{Cor}$$

a stąd przyśpieszenie podpory B: $a_B^b = \omega_o^2 l$, ze zwrotem założonym na rysunku 6.Cb.