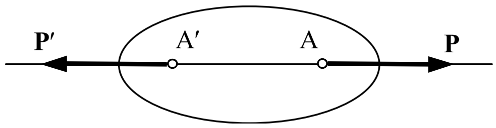
3.1.1. Własności sił działających na ciało sztywne

Statyka zajmuje się badaniem sił działających na ciała znajdujące się w spoczynku. Wtedy siły działające na ciało, które pozostaje w spoczynku, muszą się równoważyć, czyli być w równowadze. I właśnie ustalanie warunków równowagi będzie głównym zadaniem statyki.

Skutek mechaniczny wywołany przez działanie siły na ciało będzie w ogólnym przypadku zależał od punktu przyłożenia siły. Skutek wywołany przez siłę będzie polegał na zmianie ruchu ciała bądź jego odkształceniu. W przypadku ciała sztywnego skutkiem działania siły na takie ciało może być jedynie zmiana jego ruchu.

Niżej podamy najważniejsze własności sił, na których opiera się statyka. Własności te nazywamy często aksjomatami lub zasadami statyki.

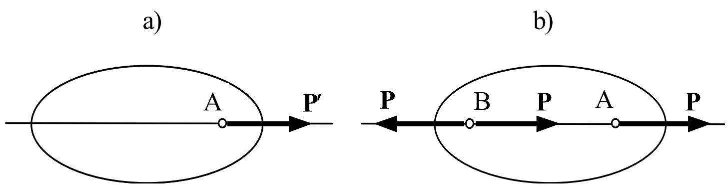
a) *Przyłożenie dwóch sił* **P** *i* **P′** *do ciała sztywnego, równych co do modułu, działających wzdłuż jednej prostej i o przeciwnych zwrotach* (rys. 3.1), *nie zmienia stanu ruchu ciała* (ciało w spoczynku pozostaje w spoczynku).



Rys. 3.1. Układ równoważących się sił

W wyniku przyłożenia takich dwóch sił ciało sztywne zachowuje się tak, jak gdyby nie działały na nie żadne siły. Taki układ sił przyłożony do ciała sztywnego nazywamy *równoważnym zeru*.

b) *Każdą siłę zewnętrzną przyłożoną do ciała sztywnego można przesunąć wzdłuż jej linii działania, nie zmieniając przy tym stanu ruchu ciała*.



Rys. 3.2. Przesunięcie siły działającej na ciało sztywne wzdłuż linii jej działania

Załóżmy, ze siła **P** jest przyłożona do ciała sztywnego w punkcie A, jak na rys. 3.2a. Do dowolnego punktu B leżącego na linii działania tej siły przyłóżmy dwie równoważące się siły **P** i **P′** = –**P**, czyli układ zerowy (rys. 3.2b). Widzimy, że siły **P** i **P′** przyłożone odpowiednio w punktach A i B tworzą układ zerowy, zatem można je pominąć. W efekcie zostaje nam jedynie siła **P** przyłożona w punkcie B.
Z przeprowadzonego wywodu wynika, że siła zewnętrzna działająca na ciało sztywne jest wektorem przesuwnym.

c) *Do każdego układu sił działających na ciało sztywne można dodać bez zmiany stanu jego ruchu kilka sił o wspólnym punkcie przyłożenia, których suma wektorowa (geometryczna) jest równa zeru.*

d) *Stan ruchu ciała nie ulegnie zmianie, jeżeli kilka sił zaczepionych w jednym punkcie zastąpimy ich sumą geometryczną,* i odwrotnie*, gdy jedną siłę zastąpimy przez kilka sił, których suma geometryczna jest równa tej sile*.

Każdy układ sił zewnętrznych działających na ciało sztywne można zastąpić *układem równoważnym*, czyli powodującym ten sam skutek mechaniczny. Poszukiwanie układów równoważnych danemu układowi sił będzie ważnym zadaniem statyki. Stosowanie wymienionych w punktach a, b, c i d własności sił działających na ciało sztywne do przekształceń dowolnego układu sił zewnętrznych nazywamy *przekształceniami elementarnymi*. Celem przekształceń elementarnych będzie poszukiwanie prostszych układów sił równoważnych danemu układowi. W szczególnym przypadku układ sił można sprowadzić do jednej siły, którą będziemy nazywać **wypadkową**.

Jeżeli za pomocą przekształceń elementarnych można dany układ sił sprowadzić (zredukować) do układu równoważnego składającego się tylko z jednej siły, to siłę tę nazywamy ***wypadkową*** *rozważanego układu sił.*

Przekonamy się, że nie każdy układ sił można zredukować do układu równoważnego składającego się tylko z jednej siły, czyli nie każdy układ sił będzie miał wypadkową.

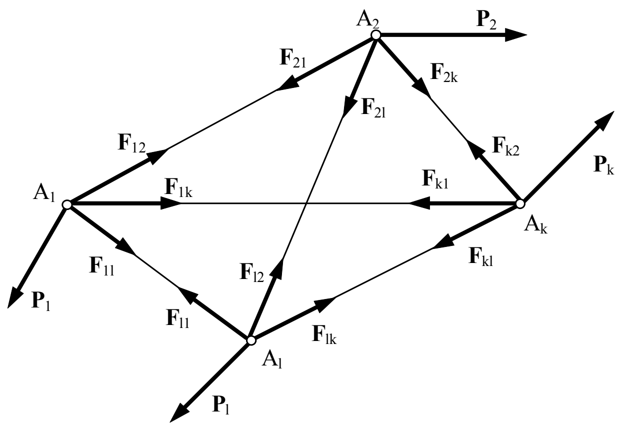
3.1.2. Warunek konieczny równowagi dowolnego układu materialnego

Rozważmy układ składający się z dowolnej liczby punktów materialnych. W szczególnym przypadku może to być ciało sztywne (bryła sztywna), albowiem każde ciało materialne możemy myślowo podzielić na elementy, z których każdy można traktować w przybliżeniu jako punkt materialny. Jeżeli liczbę elementów będziemy zwiększać nieograniczenie, a wymiary elementów będą dążyć do zera, to ciało materialne możemy rozpatrywać jako graniczny przypadek układu punktów materialnych.

Na poszczególne punkty rozpatrywanego układu materialnego mogą działać siły, które dzieli się na dwie zasadnicze grupy: *siły zewnętrzne* i *siły wewnętrzne*. Siłami zewnętrznymi będziemy nazywać siły, z jakimi na punkty rozważanego układu działają inne punkty i ciała materialne nie należące do naszego układu. Z kolei do sił wewnętrznych będziemy zaliczać siły wzajemnego oddziaływania punktów materialnych należących do rozpatrywanego układu.

Z powyższego podziału wynika, że jest on względny i zależy od tego, jaki układ sił rozpatrujemy. Na rysunku 3.3 przedstawiono układ n punktów materialnych A_k ($k = 1, 2, \ldots, n$) i zaznaczono działające na poszczególne punkty siły zewnętrzne $\mathbf{P}_k$, które mogą być wypadkowymi wszystkich sił zewnętrznych działających na dany punkt, oraz siły wewnętrzne wzajemnego oddziaływania między punktami. Gdy siłę, z jaką punkt A_l działa na punkt A_k oznaczymy przez $\mathbf{F}_{kl}$, a siłę, z jaką punkt A_k oddziałuje na punkt A_l przez $\mathbf{F}_{lk}$, to zgodnie z trzecim prawem Newtona

$$\mathbf{F}_{kl} = -\mathbf{F}_{lk} . \qquad (3.1)$$



Rys. 3.3. Siły działające na punkty układu materialnego ($\mathbf{P}_k$ – siły zewnętrzne, $\mathbf{F}_{kl}$ – siły wewnętrzne)

Przechodząc do wyprowadzenia ogólnego warunku równowagi rozpatrywanego układu materialnego, możemy powiedzieć, że układ ten będzie w równowadze wtedy, gdy każdy z jego punktów będzie w równowadze. Aby poszczególne punkty naszego układu były w równowadze, muszą się one poruszać w inercjalnym układzie współrzędnych ruchem jednostajnym prostoliniowym lub pozostawać w spoczynku. W statyce interesuje nas oczywiście stan spoczynku.

Aby punkt był w równowadze zgodnie z pierwszym prawem Newtona, suma wszystkich sił działających na ten punkt musi być równa zeru. Warunek taki musi być spełniony dla każdego punktu k = 1, 2, 3, . . . , n.

$$\mathbf{P}_k + \mathbf{F}_{k1} + \mathbf{F}_{k2} + \mathbf{F}_{k3} +, ... + \mathbf{F}_{kn} = 0$$

lub w skrócie

$$\mathbf{P}_k + \sum_{\substack{l=1\\ l\neq k}}^{n} \mathbf{F}_{kl} = 0 \qquad (k = 1, 2, 3, \ldots, n). \tag{3.2}$$

Po dodaniu stronami wszystkich n równań otrzymamy:

$$\sum_{k=1}^{n} \mathbf{P}_k + \sum_{k=1}^{n} \sum_{\substack{l=1\\ l\neq k}}^{n} \mathbf{F}_{kl} = 0. \tag{a}$$

Podwójna suma występująca w tym równaniu jest sumą wszystkich sił wewnętrznych występujących w naszym układzie. Ponieważ zgodnie ze wzorem (3.1) siły te występują parami wzdłuż jednej prostej, ich suma musi być równa zeru.

$$\sum_{k=1}^{n} \sum_{\substack{l=1\\ l\neq k}}^{n} \mathbf{F}_{kl} = 0. \tag{3.3}$$

Zatem równanie (a) upraszcza się do postaci:

$$\sum_{k=1}^{n} \mathbf{P}_k = 0. \tag{3.4}$$

Powyższe równanie jest koniecznym, ale nie dostatecznym, warunkiem równowagi dowolnego układu materialnego, które można wypowiedzieć w formie poniższego twierdzenia.

Aby dowolny układ materialny mógł być w równowadze, suma wszystkich sił zewnętrznych działających na niego musi być równa zeru.

Należy pamiętać, że twierdzenie odwrotne nie musi być prawdziwe.