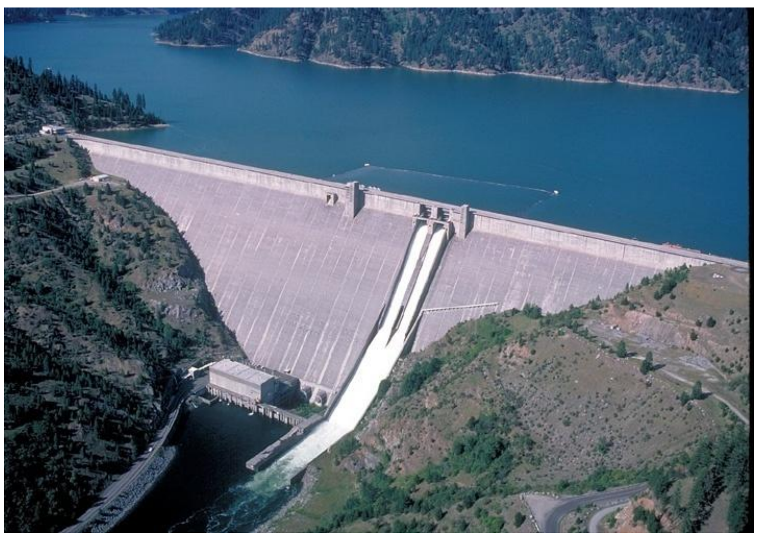
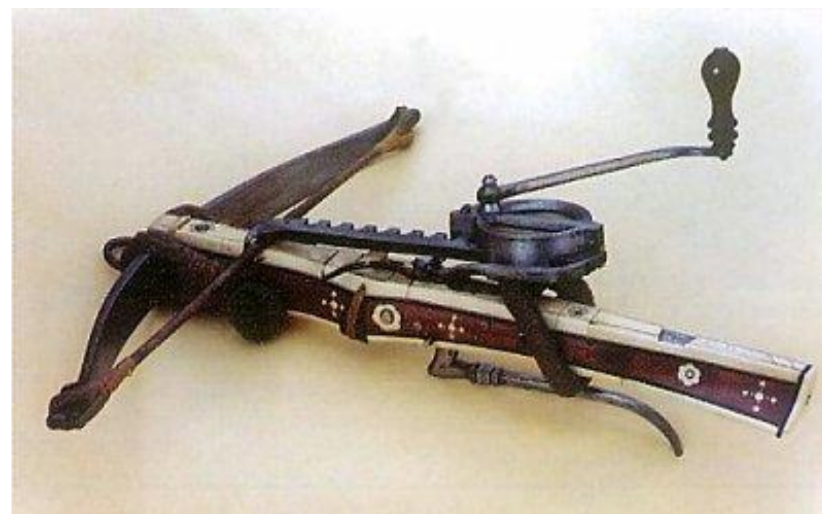
Energia potencjalna
Grawitacja

Energia potencjalna

Energia potencjalna jest energią zgromadzoną w układzie. Energia potencjalna może być zmieniona w inną formę energii (na przykład energię kinetyczną) i może być wykorzystana do wykonania pracy. Sumę energii potencjalnej i kinetycznej nazywamy **energią mechaniczną.**





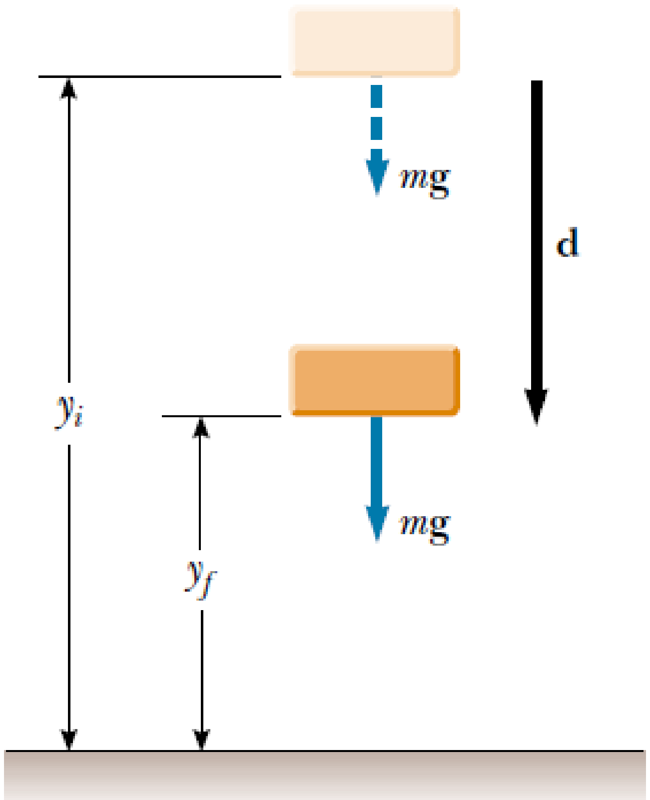
Grawitacyjna energia potencjalna

Siła ciężkości m**g** wykonuje pracę na spadającym ciałem zwiększając jego energię kinetyczną. Układ Ziemia–ciało ma potencjał do wykonania pracy.

Iloczyn siły cieżkości *mg* działającej na ciało i jego wysokości *y* nad ziemią nazywamy **grawitacyjną energią potencjalną. W pobliżu powierzchni Ziemi** (gdzie przyspieszenie ziemskie g jest stałe):

$$U_g \equiv mgy$$

Grawitacyjna energia potencjalna



$$W_g = m\mathbf{g}\cdot\mathbf{d} = (-mg)\mathbf{j}\cdot(y_f - y_i)\mathbf{j} =$$

$$= mgy_i - mgy_f$$

$$W_g = U_i - U_f = -(U_f - U_i) = -\Delta U_g$$

Praca wykonana **przez siłę ciężkości nad ciałem** jest równa **zmianie** energii potencjalnych układu **ze znakiem minus.**

$$\mathbf{d} = (x_f - x_i)\mathbf{i}$$

$$W_g = m\mathbf{g}\mathbf{d} = (-mg)\mathbf{j}\cdot(x_f - x_i)\mathbf{i} = 0$$

Przemieszczenie wzdłuż osi x nie wpływa na wartość pracy W_g

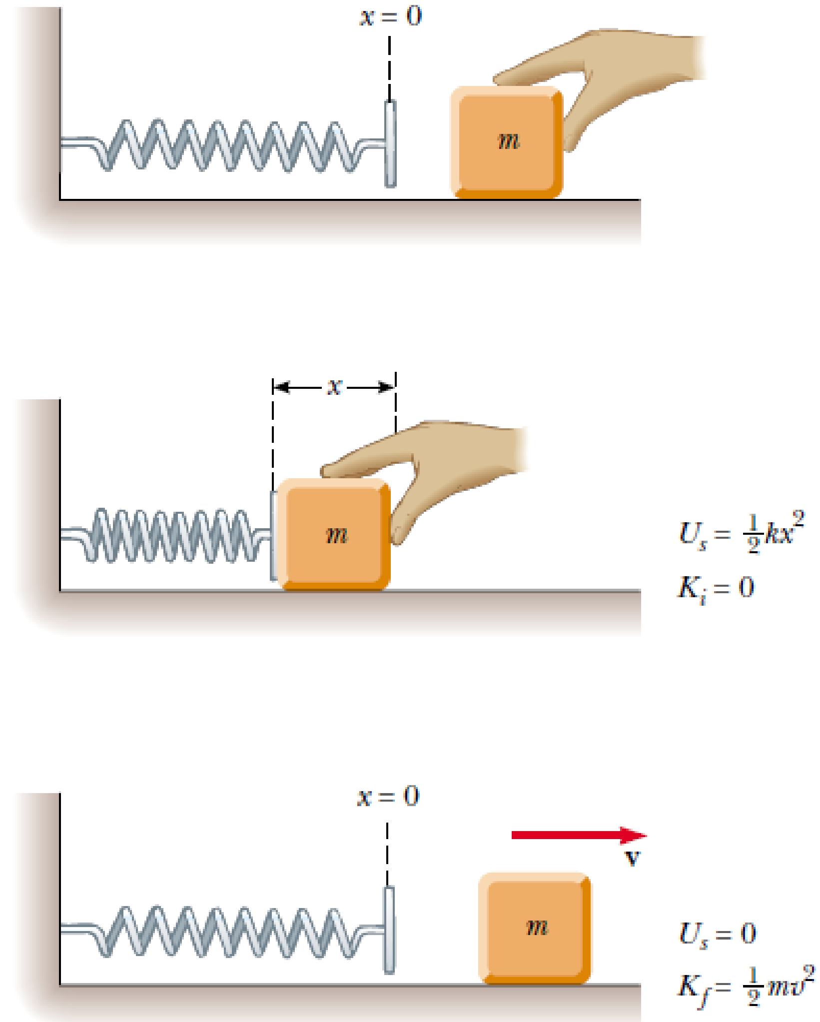
Sprężysta energia potencjalna

Praca wykonana przez sprężynę:

$$W_s = \int_{x_i}^{x_f} (-kx)dx = \frac{1}{2}kx_i^2 - \frac{1}{2}kx_f^2 =$$

$$= -\left(\frac{1}{2}kx_f^2 - \frac{1}{2}kx_i^2\right) = -\Delta U_s$$

$$\boxed{U_s \equiv \frac{1}{2}kx^2}$$



Siły zachowawcze

Jeżeli praca wykonana przez siłę nad ciałem nie zależy od drogi pokonanej przez przez to ciało oraz jeżeli praca wykonana przez tą siłę na drodze zamkniętej wynosi zero to siłę tą nazywamy **zachowawczą**

Siłą zachowawczą jest na przykład siła ciężkości lub siła sprężystości

Praca wykonana przez siłę zachowawczą zależy **tylko** od różnicy między energią potencjalną początkową a końcową (**nie zależy** od pokonanej drogi)

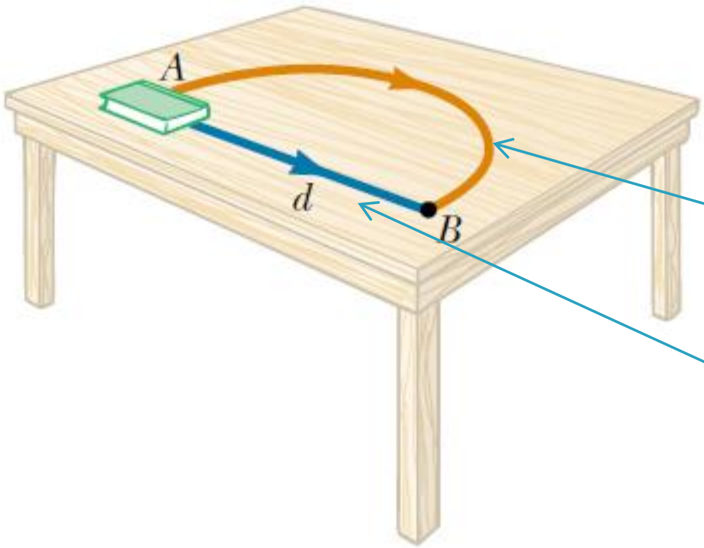
$$W = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx = U_i - U_f = -\Delta U$$

Gdy F_x i dx mają ten sam zwrot to energia potencjalna maleje ($\Delta U<0$)

Siły niezachowawcze

Jeżeli siła zmienia wartość energii mechanicznej to siłę tą nazywamy **niezachowawczą.**

Siłą niezachowawczą jest na przykład siła tarcia



duży ubytek energii mechanicznej (dużo wydzielonego ciepła)

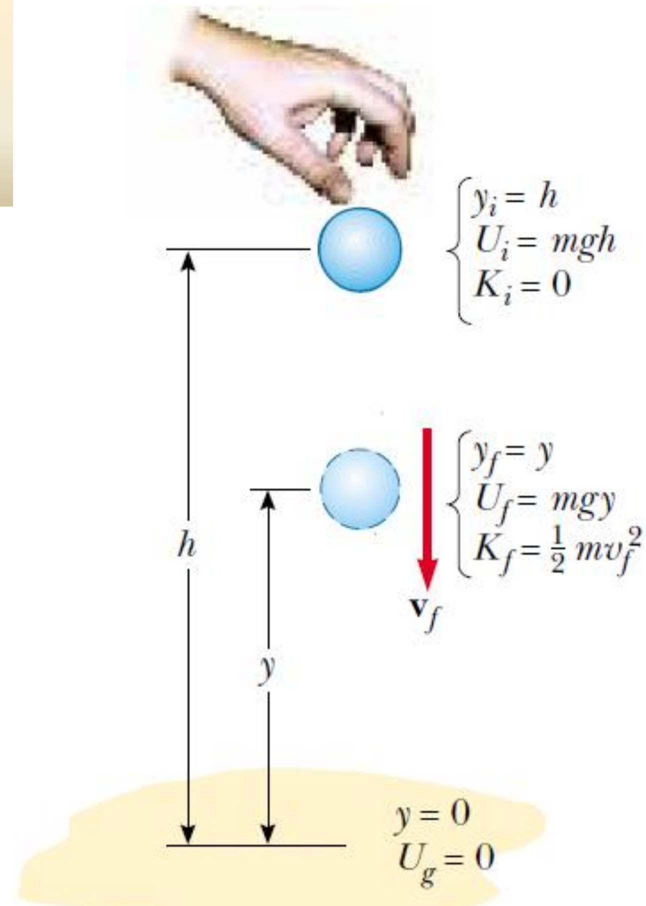
mały ubytek energii mechanicznej (mało wydzielonego ciepła)

Ubytek energii mechanicznej ciała poruszającego się z tarciem po torach o różnej długości jest różny

Praca wykonana przez siłę niezachowawczą (zmiana energii mechanicznej) **zależy** od pokonanej drogi

Zasada zachowania energii mechanicznej

W układzie w którym działają jedynie siły zachowawcze energia mechaniczna jest zachowana.

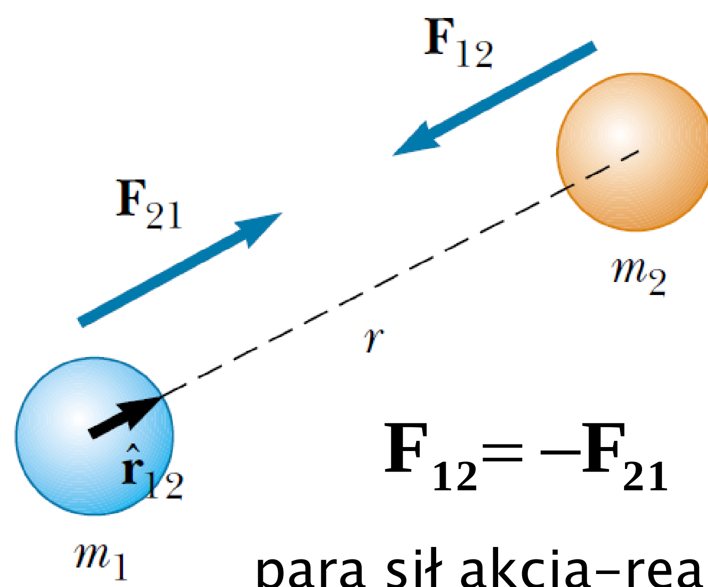


Prawo powszechnego ciążenia

Prawo Newtona: Siła działająca między każdymi dwoma punktami materialnymi o masach m_1 i m_2, znajdującymi się w odległości r jest siłą przyciągającą, skierowaną wzdłuż prostej łączącej te punkty, a jej wartość rośnie z iloczynem ich mas i maleje z kwadratem odległości.

$$\mathbf{F}_{12} = -G\,\frac{m_1 m_2}{r^2}\,\hat{\mathbf{r}}_{12}$$

$G = 6{,}673 \cdot 10^{11}\ \mathrm{Nm^2/kg^2}$ – stała uniwersalna

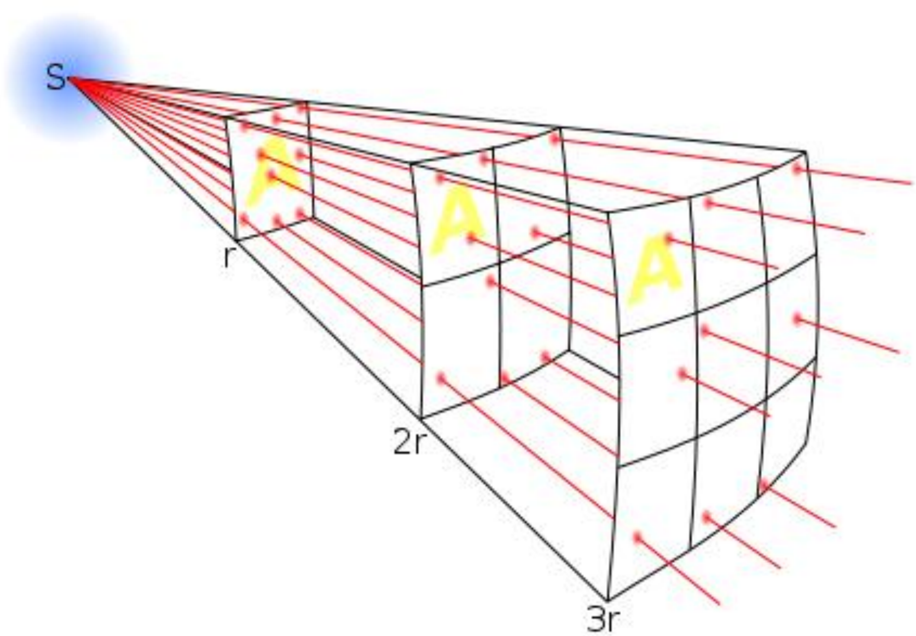


$$\mathbf{F}_{12} = -\mathbf{F}_{21}$$

para sił akcja–reakcja

Prawo powszechnego ciążenia

Prawo powszechnego ciążenia Newtona jest przykładem zależnosci typu $1/r^2$. Innymi przykładami takiego prawa są prawo Coulomba lub zależność natężenia światła od odległości



Siła grawitacji pochodząca od obiektu o symetrii sferycznej jest taka sama jak od masy punktowej skupionej w środku obiektu.
Siła grawitacji pochodząca do Ziemi jest zawsze skierowana do środka Ziemi.

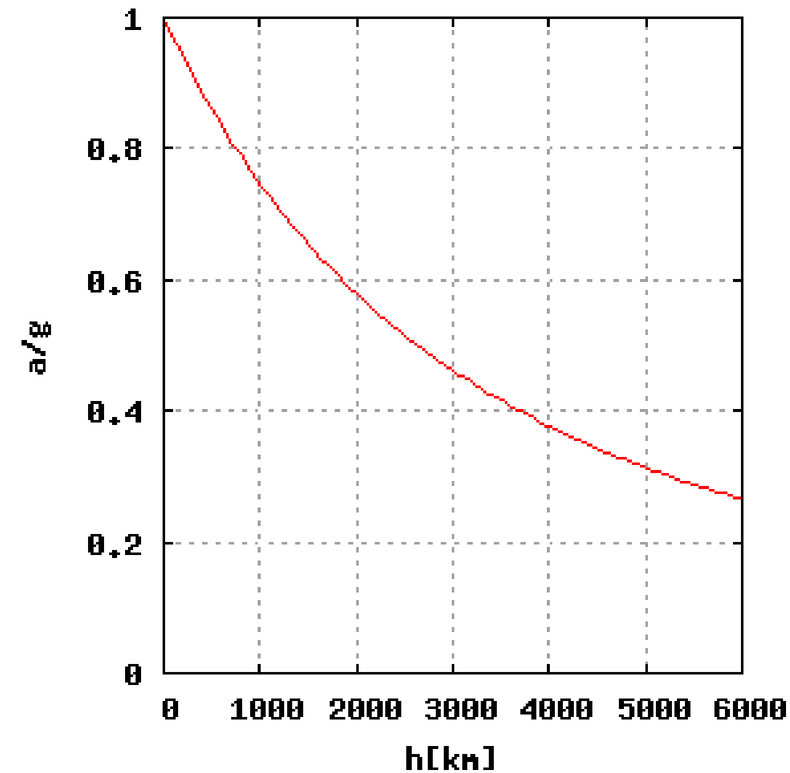
Przyspieszenie ziemskie

Na powierzchni Ziemi ($r=R_z$):

$$F_g = mg = G\frac{M_Z m}{R_Z^2} \qquad g = G\frac{M_Z}{R_Z^2}$$

Na wysokości h nad powierzchnią Ziemi ($r=R_z+h$):

$$g = G\frac{M_Z m}{(R_Z + h)^2}$$



Przyspieszenie ziemskie maleje wraz z kwadratem odległości

Pole grawitacyjne

Pole grawitacyjne istnieje w każdym punkcie przestrzeni. Jeśli masa *m* zostanie umieszczona w pewnym punkcie pola, którego natężenie w tym punkcie wynosi **g**, to doświadcza ona działania siły $\mathbf{F}_g = m\mathbf{g}$. Mówimy że masa *m* oddziałuje z polem.

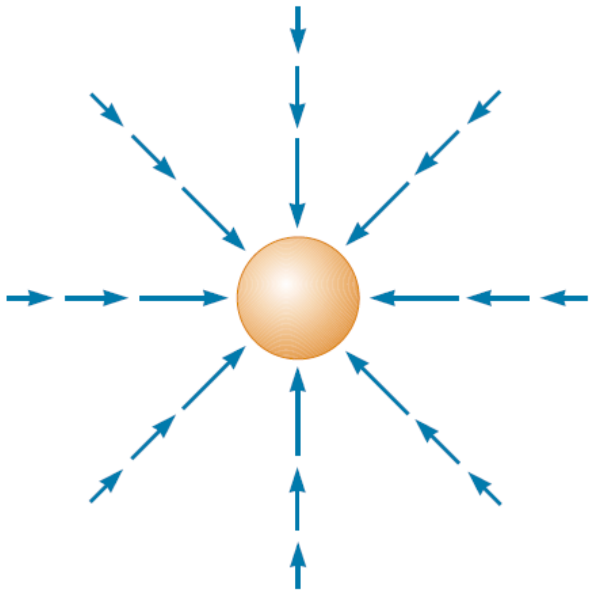
$$\mathbf{g} \equiv \frac{\mathbf{F}_\mathbf{g}}{m}$$

$$\mathbf{g} = -G\frac{M_Z}{r^2}\hat{\mathbf{r}}$$

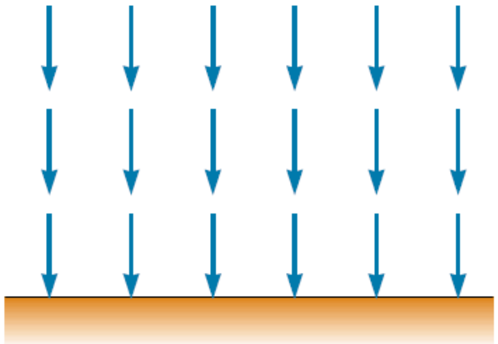
g– natężenie pola grawitacyjnego (wielkość wektorowa)
m– masa próbna

$\hat{\mathbf{r}}$ – wektor jednostkowy skierowany od środka Ziemi. Znak minus oznacza, że wektor **g** jest skierowany do środka Ziemi

Pole grawitacyjne



Pole grawitacyje (wektory **g**) wokół Ziemi



Pole grawitacyje przy powierzchni Ziemi (jednorodny kierunek i wartość)

Wartość natężenia pola grawitacyjnego przy powierzchni Ziemi wynosi 9.8 N/kg

Energia potencjalna w polu grawitacyjnym

$$U_g = mgh$$ Jest prawdziwe **TYLKO** przy powierzchni Ziemi !

Siła grawitacji jest siłą **centralną** (zależną tylko od odległości r)

$$dW = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$$

Praca *dW* dla każdego przemieszczenia ***dr*** prostopadłego do wektora **F** wynosi 0

$$W = \int_{r_i}^{r_f} F(r) dr$$

Całkowita praca wykonana podczas przemieszczenia w polu siły centralnej zależy **tylko** od odległości końcowej i początkowej. Oznacza to, że **każda siła centralna jest zachowawcza.**

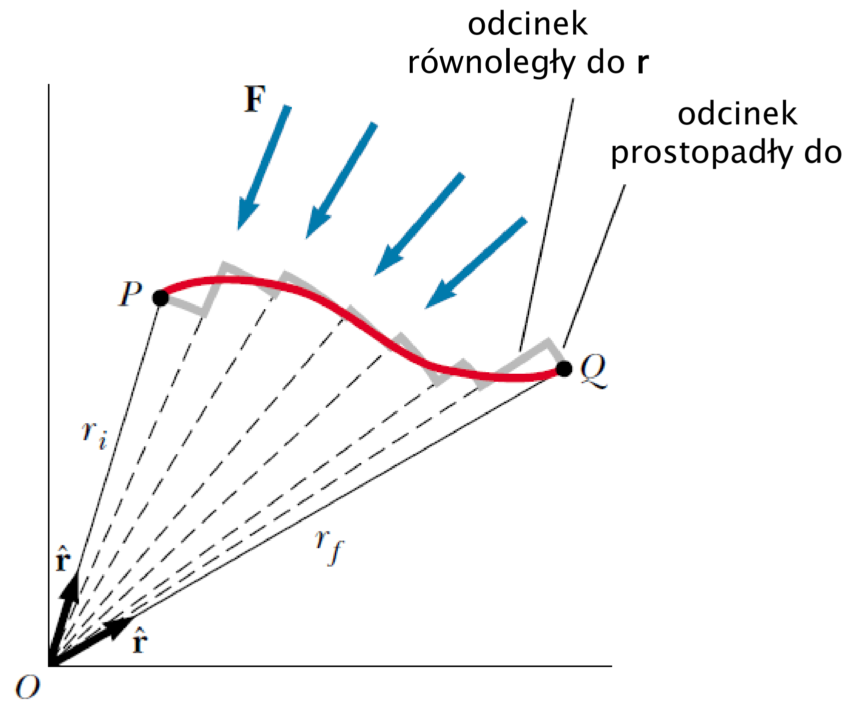
Energia potencjalna w polu grawitacyjnym

$$\Delta U = U_f - U_i = -\int_{r_i}^{r_f} F(r)dr$$

Siła działająca na masę m w odległości r od Ziemi:

$$F(r) = -G\frac{M_Z m}{r^2}$$

$$\Delta U = GM_Z m\int_{r_i}^{r_f} \frac{dr}{r^2} = GM_Z m\left[-\frac{1}{r}\right]_{r_i}^{r_f}$$



Praca na odcinkach prostopadłych do **r** wynosi zero

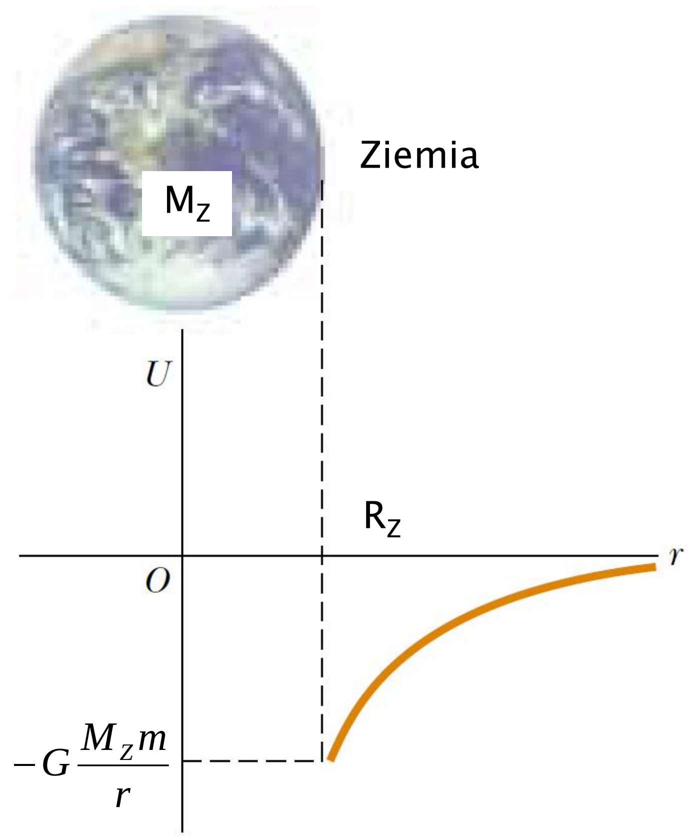
$$\Delta U = U_f - U_i = -GM_Z m\left(\frac{1}{r_f} - \frac{1}{r_i}\right)$$

Energia potencjalna w polu grawitacyjnym

Podstawiając $U_i = 0$ dla $r_i \to \infty$: $$U = -G\frac{M_Z m}{r}$$

$$U = -G\frac{m_1 m_2}{r}$$

Grawitacyjna energia potencjalna dwóch mas jest **zawsze ujemna** i dąży do zera gdy odległość pomiędzy masami dąży do nieskończoności.

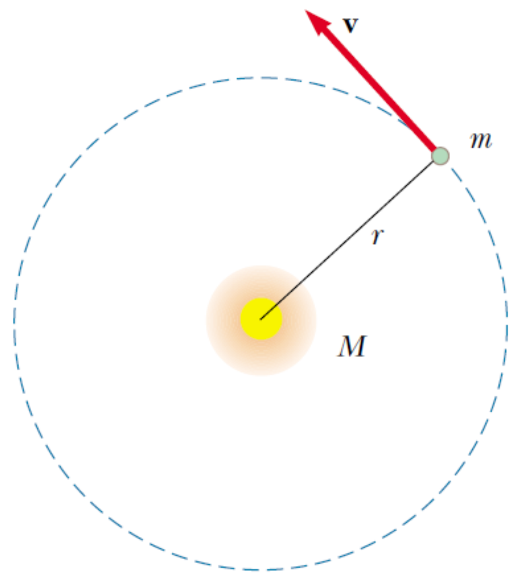


Energia całkowita układu

Całkowita energia mechaniczna układu masa centralna– satelita (M>>m) jest sumą energii kinetycznej satelity i energii potencjalnej układu:

$$E = K + U$$

$$E = \frac{mv^2}{2} - G\frac{Mm}{r}$$



$$G\frac{Mm}{r^2} = ma_r = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow G\frac{Mm}{2r} = \frac{mv^2}{2}$$

$$E = G\frac{Mm}{2r} - G\frac{Mm}{r}$$

$$E = -G\frac{Mm}{2r}$$

Energia kinetyczna jest dodatnia i co do wartości równa połowie energii potencjalnej. Całkowita energia mechaniczna układu jest ujemna.

Prędkość ucieczki

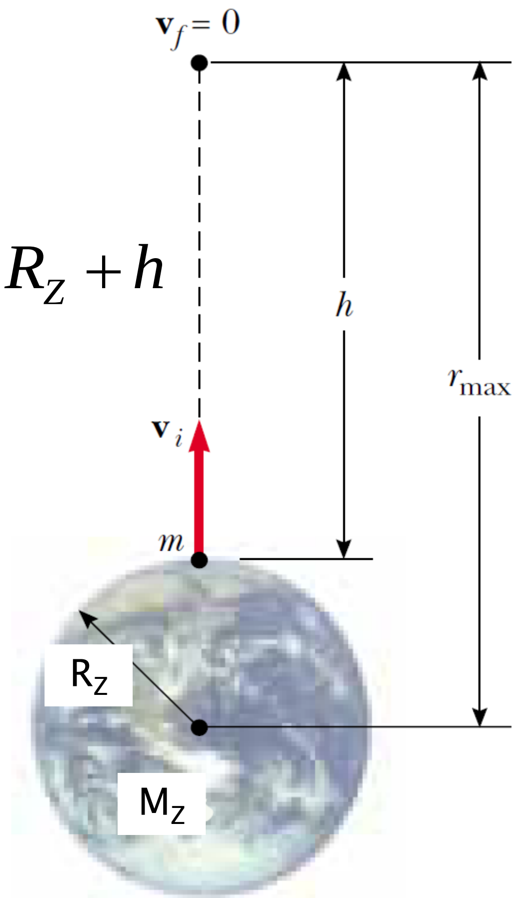
$$\frac{mv_i^2}{2} - G\frac{M_Z m}{R_Z} = -G\frac{M_Z m}{r_{max}}$$

$$r_{max} = R_Z + h$$

$$v_i^2 = 2GM_Z\left(\frac{1}{R_Z} - \frac{1}{r_{max}}\right)$$

gdy $r_{max} \to \infty$

$$v = \sqrt{\frac{2GM_Z}{R_Z}}$$



Prędkość ucieczki (II prędkość kosmiczna) to prędkość potrzebna do „wyrwania się" z pola grawitacyjengo Ziemi. Wartość energii kinetycznej ciała poruszającego się z prędkością ucieczki jest równa co do wartości energii potencjalnej na powierzchni Ziemi.

Prędkość ucieczki

Ziemia: v=11.19 km/s

czarna dziura: v=c=299 792 458 m/s