

## Wybrane zagadnienia Matematyki II - Zadanie 1

### Generatory liczb pseudolosowych

Napisz program generujący liczby losowe za pomocą podanych poniżej algorytmów. Pierwsze trzy metody wykorzystaj do generowania liczb pseudolosowych z rozkładu jednostajnego z przedziału  $[0, 1)$ . Ostatni algorytm pozwala generować liczby z rozkładu normalnego.

Program powinien umożliwiać:

- wybór jednej z metod: MLCG, rejestrów przesuwanych (*shift register*), Fibonacciego, Boxa-Mullera lub generatora dostępnego w danym języku programowania
- wygenerowanie ciągu  $n$  liczb pseudolosowych z danego rozkładu (wyniki z dokładnością co najmniej 4 miejsc po przecinku)
- dobór ziarna (*seed*) w postaci liczby całkowitej dla każdej z metod
- w przypadku generowania liczb z rozkładu normalnego, ustalenie wartości średniej i odchylenia standardowego
- zapisanie wygenerowanego ciągu liczb do pliku tekstowego w postaci kolumny liczb z dokładnością nie mniejszą niż 4 miejsca po przecinku

### Generator multiplikatywny liniowy kongruentny (MLCG)

Generator oparty jest na zasadzie iteracyjnej:

$$X_{n+1} = aX_n \bmod m, \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (1)$$

gdzie wszystkie wartości są liczbami całkowitymi. Wartość początkowa  $x_0$  (*seed*) jest dowolną liczbą całkowitą z zakresu obejmującego okres generatora. Zastosuj wybrane z podanych niżej parametrów.

| a         | m            |
|-----------|--------------|
| 69069     | $2^{32}$     |
| 630360016 | $2^{31} - 1$ |
| 397204094 | $2^{31} - 1$ |
| 410092949 | $2^{32}$     |
| 742938285 | $2^{31} - 1$ |

### Generator oparty na rejestrach przesuwanych

Schemat Tauswortha

1.  $B = ((A \ll q) \text{ xor } A) \ll (L - p)$
2.  $A = ((A \ll s) \text{ xor } (B \gg (L - s)))$
3. goto 1

gdzie  $A$  i  $B$  są  $L$  bitowymi liczbami, generuje losową sekwencję liczb całkowitych  $A$ , gdzie wartość początkowa (*seed*) jest dowolną liczbą całkowitą. Przykładowe wartości parametrów dających maksymalny okres:

| q | p  | s  |
|---|----|----|
| 9 | 28 | 13 |
| 2 | 29 | 20 |
| 6 | 32 | 17 |

## Generator Fibonacciego

Generator bazujący na ciągu Fibonacciego postaci (*Additive Lagged Fibonacci Generator, ALFG*):

$$X_n = (X_{n-r} + X_{n-s}) \bmod m, \quad n \geq r, \quad r > s > 1 \quad (2)$$

W tej metodzie potrzebny jest losowy ciąg inicjujący  $X_r, X_{r-1}, \dots, X_1$ , aby go utworzyć należy skorzystać z jednego z wcześniej opisanych algorytmów. Maksymalny okres zapewniają podane w tabeli wartości parametrów:

| r  | s  |
|----|----|
| 17 | 5  |
| 31 | 13 |
| 55 | 24 |
| 68 | 33 |

Wartość modułu  $m = 2^{32}$ .

## Generowanie liczb z rozkładu normalnego

Metoda biegunowa Boxa i Mullera pozwala generować liczby losowe  $x_i$  z rozkładu normalnego  $N(0, 1)$  o gęstości prawdopodobieństwa  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$

1. generujemy dwie niezależne liczby losowe  $v_1$  i  $v_2$ , zgodnie z rozkładem jednostajnym na odcinku  $[-1, 1]$
2. obliczamy  $s = v_1^2 + v_2^2$
3. jeśli  $s < 1$  to liczby  $x_1 = v_1 \sqrt{-\frac{2}{s} \ln s}$  oraz  $x_2 = v_2 \sqrt{-\frac{2}{s} \ln s}$  są dwiema niezależnymi liczbami losowymi mającymi standardowy rozkład normalny

Liczby z rozkładu normalnego o odchyleniu standardowym  $\sigma$  i średniej  $\mu$  możemy otrzymać z wzoru:

$$N(\mu, \sigma) = \mu + \sigma N(0, 1)$$