Admissible Partitions and the expansion of the square of the Vandermonde determinant in N variables

The Vandermonde alternating function in N variables is defined as

$$V(z_1,\dots,z_N)=\prod_{i<j}^{N}(z_i-z_j). \tag{1}$$

The even powers of V are symmetric functions and may be expanded as a sum of Schur functions

$$s_\lambda(z_1,\dots,z_N)=\{\lambda\}=\{\lambda_1,\dots,\lambda_p\} \tag{2}$$

In these notes we shall limit ourselves to just the second power and write

$$V_N^2=\sum_{\lambda\vdash n}c^\lambda\{\lambda\} \tag{3}$$

The coefficients c^λ are signed integers and the partitions (λ) are all of weight

$$n=N(N-1) \tag{4}$$

Di Francesco *et al*[1], following upon earlier work by Dunne[2] have discussed properties of the partitions arising in Eq(3). For a given N the partitions are bounded by a highest partition $(2N-2,2N-4,\dots,0)$ and a lowest partition $((N-1)^{N-1})$ with the partitions being of length N and $N-1$.

Let

$$n_k=\sum_{i=0}^{k}\lambda_{N-i}-k(k+1)\quad k=0,1,\dots,N-1 \tag{5}$$

Then Di Francesco *et al* define *admissible partitions* as satisfying Eq(5) with *all* $n_k\geq 0$. Thus for $N=4$ (642) is an admissible partition whereas (651) is not. They were able to compute the number of admissible partitions A_N for a given N and gave a table for $N\leq 29$. They conjectured that A_N was the number of distinct partitions arising in the expansion, Eq(3), provided none of the coefficients vanished. Scharf *et al*[3] showed by explicit calculation that the conjecture failed at $N=8$ as the coefficients vanished for eight of the admissible partitions. For $N=9$ the coefficients vanished for sixty six of the admissible partitions. The relevant partitions are listed in Table 1.

Remark 1. Is it possible to give a general result for the number of admissible partitions with vanishing coefficients or better still to determine for which of the admissible partitions the coefficients vanish?

Table 1. Admissible partitions whose coefficients are zero

$N=8$

$\{13\ 11\ 985^{2}41\}$	$\{13\ 11\ 9854^{2}2\}$	$\{13\ 11\ 976541\}$	$\{13\ 10\ 9^{2}6531\}$
$\{13\ 10\ 987531\}$	$\{12\ 11\ 97^{2}4^{2}2\}$	$\{12\ \ 10^{2}96531\}$	$\{12\ \ 10^{2}7^{2}532\}$

$N=9$

$\{16\ 13\ 11\ 985^{2}41\}$	$\{16\ 13\ 11\ 9854^{2}2\}$	$\{16\ 13\ 11\ 976541\}$	$\{16\ 13\ 10\ 9^{2}6531\}$
$\{16\ 13\ 10\ 987531\}$	$\{16\ 12\ 11\ 97^{2}4^{2}2\}$	$\{16\ 12\ \ 10^{2}96531\}$	$\{16\ 12\ \ 10^{2}7^{2}532\}$
$\{15\ 14\ 11\ 985^{2}41\}$	$\{15\ 14\ 11\ 9854^{2}2\}$	$\{15\ 14\ 11\ 976541\}$	$\{15\ 14\ 10\ 9^{2}6531\}$
$\{15\ 14\ 10\ 987531\}$	$\{15\ 13\ 11\ 10\ 7^{2}63\}$	$\{15\ 13\ 11\ 10\ 7^{2}621\}$	$\{15\ 13\ 11\ 10\ 7^{2}52^{2}\}$
$\{15\ 13\ 11\ 10\ 76^{2}4\}$	$\{15\ 13\ 11\ 9^{2}652^{2}\}$	$\{15\ 13\ 11\ 9^{2}64^{2}1\}$	$\{15\ 13\ 11\ 9^{2}6432\}$
$\{15\ 13\ 11\ 98763\}$	$\{15\ 13\ 11\ 987621\}$	$\{15\ 13\ 11\ 976^{2}32\}$	$\{15\ 13\ 11\ 976542\}$
$\{15\ 13\ \ 10^{2}85^{2}42\}$	$\{15\ 13\ 9^{2}7^{2}543\}$	$\{15\ \ 12^{2}10\ 7^{2}531\}$	$\{15\ \ 12^{2}9^{2}5^{2}41\}$
$\{15\ \ 12^{2}9^{2}54^{2}2\}$	$\{15\ 12\ \ 11^{2}8753\}$	$\{15\ 12\ \ 11^{2}87521\}$	$\{15\ 12\ \ 11^{2}7^{2}4^{2}1\}$
$\{15\ 12\ \ 11^{2}7^{2}432\}$	$\{15\ 12\ 11\ 10\ 9753\}$	$\{15\ 12\ 11\ 10\ 97521\}$	$\{15\ 12\ 11\ 10\ 76^{2}41\}$
$\{15\ 12\ \ 10^{2}96541\}$	$\{15\ 10\ 9^{3}5^{4}\}$	$\{14^{2}11\ 10\ 7^{2}531\}$	$\{14^{2}11\ 9^{2}6531\}$
$\{14\ 13\ 12\ 10\ 7^{2}531\}$	$\{14\ 13\ 12\ 9^{2}5^{2}41\}$	$\{14\ 13\ 12\ 9^{2}54^{2}2\}$	$\{14\ 13\ 11\ 9^{2}6^{2}4\}$
$\{14\ 13\ \ 10^{2}97531\}$	$\{14\ \ 12^{2}11\ 8753\}$	$\{14\ \ 12^{2}11\ 87521\}$	$\{14\ \ 12^{2}11\ 7^{2}4^{2}1\}$
$\{14\ \ 12^{2}11\ 7^{2}432\}$	$\{14\ \ 12^{2}9^{2}754\}$	$\{14\ 12\ \ 11^{2}86^{2}31\}$	$\{14\ 12\ 11\ 10\ 97531\}$
$\{13^{3}10\ 7643^{2}\}$	$\{13^{2}12\ 10\ 963^{3}\}$	$\{13\ 12\ 11\ 9^{2}7^{2}31\}$	$\{13\ 12\ \ 10^{2}95^{3}3\}$
$\{13\ \ 11^{3}76^{2}43\}$	$\{12^{2}987^{3}64\}$	$\{12\ \ 10^{3}76^{3}5\}$	$\{12\ 10\ 9^{3}874^{2}\}$
$\{12\ 10\ 9^{3}85^{3}\}$	$\{11^{4}7^{3}61\}$	$\{11^{3}976^{3}5\}$	$\{11^{3}87^{3}64\}$
$\{11\ \ 10^{3}975^{3}\}$	$\{11\ \ 10^{3}96^{3}4\}$		

N = 10

$\{18\ 16\ 13\ 11\ 985^241\}$	$\{18\ 16\ 13\ 11\ 9854^22\}$	$\{18\ 16\ 13\ 11\ 976541\}$	$\{18\ 16\ 13\ 10\ 9^26531\}$
$\{18\ 16\ 13\ 10\ 987531\}$	$\{18\ 16\ 12\ 11\ 97^24^22\}$	$\{18\ 16\ 12\ \ 10^296531\}$	$\{18\ 16\ 12\ \ 10^27^2532\}$
$\{18\ 15\ 14\ 11\ 985^241\}$	$\{18\ 15\ 14\ 11\ 9854^22\}$	$\{18\ 15\ 14\ 11\ 976541\}$	$\{18\ 15\ 14\ 10\ 9^26531\}$
$\{18\ 15\ 14\ 10\ 987531\}$	$\{18\ 15\ 13\ 11\ 10\ 7^263\}$	$\{18\ 15\ 13\ 11\ 10\ 7^2621\}$	$\{18\ 15\ 13\ 11\ 10\ 7^252^2\}$
$\{18\ 15\ 13\ 11\ 10\ 76^24\}$	$\{18\ 15\ 13\ 11\ 9^2652^2\}$	$\{18\ 15\ 13\ 11\ 9^264^21\}$	$\{18\ 15\ 13\ 11\ 9^26432\}$
$\{18\ 15\ 13\ 11\ 98763\}$	$\{18\ 15\ 13\ 11\ 987621\}$	$\{18\ 15\ 13\ 11\ 976^232\}$	$\{18\ 15\ 13\ 11\ 976542\}$
$\{18\ 15\ 13\ \ 10^285^242\}$	$\{18\ 15\ 13\ 9^27^2543\}$	$\{18\ 15\ \ 12^210\ 7^2531\}$	$\{18\ 15\ \ 12^29^25^241\}$
$\{18\ 15\ \ 12^29^254^22\}$	$\{18\ 15\ 12\ \ 11^28753\}$	$\{18\ 15\ 12\ \ 11^287521\}$	$\{18\ 15\ 12\ \ 11^27^24^21\}$
$\{18\ 15\ 12\ \ 11^27^2432\}$	$\{18\ 15\ 12\ 11\ 10\ 9753\}$	$\{18\ 15\ 12\ 11\ 10\ 97521\}$	$\{18\ 15\ 12\ 11\ 10\ 76^241\}$
$\{18\ 15\ 12\ \ 10^296541\}$	$\{18\ 15\ 10\ 9^35^4\}$	$\{18\ \ 14^211\ 10\ 7^2531\}$	$\{18\ \ 14^211\ 9^26531\}$
$\{18\ 14\ 13\ 12\ 10\ 7^2531\}$	$\{18\ 14\ 13\ 12\ 9^25^241\}$	$\{18\ 14\ 13\ 12\ 9^254^22\}$	$\{18\ 14\ 13\ 11\ 9^26^24\}$
$\{18\ 14\ 13\ \ 10^297531\}$	$\{18\ 14\ \ 12^211\ 8753\}$	$\{18\ 14\ \ 12^211\ 87521\}$	$\{18\ 14\ \ 12^211\ 7^24^21\}$
$\{18\ 14\ \ 12^211\ 7^2432\}$	$\{18\ 14\ \ 12^29^2754\}$	$\{18\ 14\ 12\ \ 11^286^231\}$	$\{18\ 14\ 12\ 11\ 10\ 97531\}$
$\{18\ \ 13^310\ 7643^2\}$	$\{18\ \ 13^212\ 10\ 963^3\}$	$\{18\ 13\ 12\ 11\ 9^27^231\}$	$\{18\ 13\ 12\ \ 10^295^33\}$
$\{18\ 13\ \ 11^376^243\}$	$\{18\ \ 12^2987^364\}$	$\{18\ 12\ \ 10^376^35\}$	$\{18\ 12\ 10\ 9^3874^2\}$
$\{18\ 12\ 10\ 9^385^3\}$	$\{18\ \ 11^47^361\}$	$\{18\ \ 11^3976^35\}$	$\{18\ \ 11^387^364\}$
$\{18\ 11\ \ 10^3975^3\}$	$\{18\ 11\ \ 10^396^34\}$	$\{17^213\ 11\ 985^241\}$	$\{17^213\ 11\ 9854^22\}$
$\{17^213\ 11\ 976541\}$	$\{17^213\ 10\ 9^26531\}$	$\{17^213\ 10\ 987531\}$	$\{17^212\ 11\ 97^24^22\}$
$\{17^212\ \ 10^296531\}$	$\{17^212\ \ 10^27^2532\}$	$\{17\ 16\ 14\ 11\ 985^241\}$	$\{17\ 16\ 14\ 11\ 9854^22\}$
$\{17\ 16\ 14\ 11\ 976541\}$	$\{17\ 16\ 14\ 10\ 9^26531\}$	$\{17\ 16\ 14\ 10\ 987531\}$	$\{17\ 16\ 13\ 11\ 10\ 7^263\}$
$\{17\ 16\ 13\ 11\ 10\ 7^2621\}$	$\{17\ 16\ 13\ 11\ 10\ 7^252^2\}$	$\{17\ 16\ 13\ 11\ 10\ 76^24\}$	$\{17\ 16\ 13\ 11\ 9^2652^2\}$
$\{17\ 16\ 13\ 11\ 9^264^21\}$	$\{17\ 16\ 13\ 11\ 9^26432\}$	$\{17\ 16\ 13\ 11\ 98763\}$	$\{17\ 16\ 13\ 11\ 987621\}$
$\{17\ 16\ 13\ 11\ 976^232\}$	$\{17\ 16\ 13\ 11\ 976542\}$	$\{17\ 16\ 13\ \ 10^285^242\}$	$\{17\ 16\ 13\ 9^27^2543\}$
$\{17\ 16\ \ 12^210\ 7^2531\}$	$\{17\ 16\ \ 12^29^25^241\}$	$\{17\ 16\ \ 12^29^254^22\}$	$\{17\ 16\ 12\ \ 11^28753\}$
$\{17\ 16\ 12\ \ 11^287521\}$	$\{17\ 16\ 12\ \ 11^27^24^21\}$	$\{17\ 16\ 12\ \ 11^27^2432\}$	$\{17\ 16\ 12\ 11\ 10\ 9753\}$
$\{17\ 16\ 12\ 11\ 10\ 97521\}$	$\{17\ 16\ 12\ 11\ 10\ 76^241\}$	$\{17\ 16\ 12\ \ 10^296541\}$	$\{17\ 16\ 10\ 9^35^4\}$
$\{17\ \ 15^211\ 985^241\}$	$\{17\ \ 15^211\ 9854^22\}$	$\{17\ \ 15^211\ 976541\}$	$\{17\ \ 15^210\ 9^26531\}$
$\{17\ \ 15^210\ 987531\}$	$\{17\ 15\ 14\ \ 11^2763^3\}$	$\{17\ 15\ 14\ 11\ 7^3642\}$	$\{17\ 15\ 14\ 11\ 7^26^243\}$
$\{17\ 15\ 14\ 8^37652\}$	$\{17\ 15\ 14\ 8^27^343\}$	$\{17\ 15\ 13\ 12\ 11\ 763^3\}$	$\{17\ 15\ 13\ 12\ 9^2852\}$
$\{17\ 15\ 13\ 12\ 9^2851^2\}$	$\{17\ 15\ 13\ 12\ 9^2843\}$	$\{17\ 15\ 13\ 12\ 9^28421\}$	$\{17\ 15\ 13\ 12\ 9^283^21\}$
$\{17\ 15\ 13\ 12\ 9^2832^2\}$	$\{17\ 15\ 13\ 12\ 9^274^2\}$	$\{17\ 15\ 13\ 12\ 9^273^22\}$	$\{17\ 15\ 13\ 12\ 9^25^241\}$
$\{17\ 15\ 13\ 12\ 9^254^22\}$	$\{17\ 15\ 13\ 12\ 98^262\}$	$\{17\ 15\ 13\ 12\ 98^261^2\}$	$\{17\ 15\ 13\ 12\ 8^2743^2\}$
$\{17\ 15\ 13\ 12\ 876543\}$	$\{17\ 15\ 13\ \ 11^2874^2\}$	$\{17\ 15\ 13\ \ 11^2873^22\}$	$\{17\ 15\ 13\ \ 11^286^23\}$
$\{17\ 15\ 13\ \ 11^286^221\}$	$\{17\ 15\ 13\ \ 11^28654\}$	$\{17\ 15\ 13\ 11\ 10\ 9852\}$	$\{17\ 15\ 13\ 11\ 10\ 9851^2\}$
$\{17\ 15\ 13\ 11\ 10\ 9843\}$	$\{17\ 15\ 13\ 11\ 10\ 98421\}$	$\{17\ 15\ 13\ 11\ 10\ 983^21\}$	$\{17\ 15\ 13\ 11\ 10\ 9832^2\}$
$\{17\ 15\ 13\ 11\ 10\ 75^32\}$	$\{17\ 15\ 13\ 11\ 10\ 75^243\}$	$\{17\ 15\ 13\ 11\ 98^254\}$	$\{17\ 15\ 13\ 11\ 98764\}$
$\{17\ 15\ 13\ 11\ 8^362^2\}$	$\{17\ 15\ 13\ 11\ 876^243\}$	$\{17\ 15\ 13\ \ 10^295^31\}$	$\{17\ 15\ 13\ \ 10^2954^23\}$
$\{17\ 15\ 13\ 10\ 9^25^32\}$	$\{17\ 15\ 13\ 10\ 9^25^243\}$	$\{17\ 15\ 13\ 10\ 97^2642\}$	$\{17\ 15\ 13\ 9^37632\}$
$\{17\ 15\ 13\ 9^2875^22\}$	$\{17\ 15\ \ 12^37652^2\}$	$\{17\ 15\ \ 12^3764^21\}$	$\{17\ 15\ \ 12^376432\}$
$\{17\ 15\ \ 12^375^232\}$	$\{17\ 15\ \ 12^210\ 7^264\}$	$\{17\ 15\ 12\ \ 11^275^32\}$	$\{17\ 15\ 12\ \ 11^275^243\}$
$\{17\ 15\ 12\ 11\ 97^2543\}$	$\{17\ 15\ 12\ \ 10^28^2631\}$	$\{17\ 15\ \ 11^29^2765\}$	$\{17\ \ 14^213\ 87^243^2\}$
$\{17\ \ 14^212\ 11\ 6^331\}$	$\{17\ \ 14^212\ 11\ 6^2541\}$	$\{17\ \ 14^212\ 11\ 65^23^2\}$	$\{17\ \ 14^212\ 9^2753\}$
$\{17\ \ 14^212\ 9^27521\}$	$\{17\ \ 14^212\ 9^25^241\}$	$\{17\ \ 14^212\ 9^254^22\}$	$\{17\ \ 14^2\ 11^27^263\}$
$\{17\ \ 14^2\ 11^27^2621\}$	$\{17\ \ 14^2\ 11^276^24\}$	$\{17\ \ 14^210\ 9^27541\}$	$\{17\ 14\ \ 13^210\ 9752\}$
$\{17\ 14\ \ 13^210\ 9751^2\}$	$\{17\ 14\ \ 13^210\ 9743\}$	$\{17\ 14\ \ 13^210\ 97421\}$	$\{17\ 14\ \ 13^210\ 973^21\}$
$\{17\ 14\ \ 13^210\ 9732^2\}$	$\{17\ 14\ \ 13^29^26^23\}$	$\{17\ 14\ \ 13^29^26^221\}$	$\{17\ 14\ \ 13^29^2654\}$
$\{17\ 14\ \ 13^29^26531\}$	$\{17\ 14\ \ 13^29^2652^2\}$	$\{17\ 14\ \ 13^29^264^21\}$	$\{17\ 14\ \ 13^29^26432\}$
$\{17\ 14\ \ 13^29^263^3\}$	$\{17\ 14\ \ 13^28^27541\}$	$\{17\ 14\ 13\ \ 12^27652^2\}$	$\{17\ 14\ 13\ \ 12^2764^21\}$
$\{17\ 14\ 13\ \ 12^276432\}$	$\{17\ 14\ 13\ \ 12^275^232\}$	$\{17\ 14\ 13\ 12\ 11\ 9752\}$	$\{17\ 14\ 13\ 12\ 11\ 9751^2\}$
$\{17\ 14\ 13\ 12\ 11\ 9743\}$	$\{17\ 14\ 13\ 12\ 11\ 97421\}$	$\{17\ 14\ 13\ 12\ 11\ 973^21\}$	$\{17\ 14\ 13\ 12\ 11\ 9732^2\}$

$\{17~14~13~12~11~76^22^2\}$	$\{17~14~13~12~11~75^242\}$	$\{17~14~13~12~98^263\}$	$\{17~14~13~12~98^2621\}$
$\{17~14~13~12~8^362^2\}$	$\{17~14~13~12~8^26^251\}$	$\{17~14~13~11~10^25^241\}$	$\{17~14~13~11~10^254^22\}$
$\{17~14~13~11~9^284^21\}$	$\{17~14~13~11~9^28432\}$	$\{17~14~13~9^384^23\}$	$\{17~14~12^211~8763\}$
$\{17~14~12^211~87621\}$	$\{17~14~12^211~765^21\}$	$\{17~14~12~10^35^32\}$	$\{17~14~12~10^35^243\}$
$\{17~14~12~10~9876^21\}$	$\{17~14~11~10^3843^2\}$	$\{17~14~11~10^36^242\}$	$\{17~14~11~10^35^33\}$
$\{17~13^398^2531\}$	$\{17~13^2~12^275^23^2\}$	$\{17~13^212~11~76^241\}$	$\{17~13~12^2~10^26541\}$
$\{17~13~12~11~97^343\}$	$\{17~12^211~10~98641\}$	$\{17~12~11^37^4\}$	$\{17~12~10^54^23\}$
$\{17~12~10^494^3\}$	$\{17~12~10^465^3\}$	$\{17~11^210~9^383^2\}$	$\{16^215~11~985^241\}$
$\{16^215~11~9854^22\}$	$\{16^215~11~976541\}$	$\{16^215~10~9^26531\}$	$\{16^215~10~987531\}$
$\{16^213~12~11~6^331\}$	$\{16^213~12~11~6^2541\}$	$\{16^213~12~11~65^23^2\}$	$\{16^213~12~9^2753\}$
$\{16^213~12~9^27521\}$	$\{16^213~12~9^25^241\}$	$\{16^213~12~9^254^22\}$	$\{16^213~11^28753\}$
$\{16^213~11^287521\}$	$\{16^2~12^211~76541\}$	$\{16^212~10^37531\}$	$\{16^212~10^36541\}$
$\{16^211~10^35^32\}$	$\{16^211~10^35^243\}$	$\{16~15^211~10~7^2531\}$	$\{16~15^211~9^26531\}$
$\{16~15~14~13~87^243^2\}$	$\{16~15~14~12~11~6^331\}$	$\{16~15~14~12~11~6^2541\}$	$\{16~15~14~12~11~65^23^2\}$
$\{16~15~14~12~9^2753\}$	$\{16~15~14~12~9^27521\}$	$\{16~15~14~12~9^25^241\}$	$\{16~15~14~12~9^254^22\}$
$\{16~15~14~11^27^263\}$	$\{16~15~14~11^27^2621\}$	$\{16~15~14~11^276^24\}$	$\{16~15~14~10~9^27541\}$
$\{16~15~13^211~6^331\}$	$\{16~15~13^211~6^2541\}$	$\{16~15~13^211~65^23^2\}$	$\{16~15~13~11^28^262\}$
$\{16~15~13~11^28^261^2\}$	$\{16~15~12^211~9753\}$	$\{16~15~12^211~97521\}$	$\{16~15~12~11~9^3531\}$
$\{16~15~12~10^28763^2\}$	$\{16~14^213~10~9752\}$	$\{16~14^213~10~9751^2\}$	$\{16~14^213~10~9743\}$
$\{16~14^213~10~97421\}$	$\{16~14^213~10~973^21\}$	$\{16~14^213~10~9732^2\}$	$\{16~14^213~9^26^23\}$
$\{16~14^213~9^26^221\}$	$\{16~14^213~9^2654\}$	$\{16~14^213~9^26531\}$	$\{16~14^213~9^2652^2\}$
$\{16~14^213~9^264^21\}$	$\{16~14^213~9^26432\}$	$\{16~14^213~9^263^3\}$	$\{16~14^213~8^27541\}$
$\{16~14^2~11^29762\}$	$\{16~14^2~11^29761^2\}$	$\{16~14^211~987542\}$	$\{16~14~13^211~76541\}$
$\{16~14~13^210~8^253\}$	$\{16~14~13^210~8^2521\}$	$\{16~14~13~12~11~9753\}$	$\{16~14~13~12~11~97521\}$
$\{16~14~13~11~10~974^22\}$	$\{16~14~12^28^3741\}$	$\{16~14~12~11^37431\}$	$\{16~14~12~11^298531\}$
$\{16~14~12~11~987652\}$	$\{16~13^312~75^23^2\}$	$\{16~13^311~87531\}$	$\{16~13^311~7^2631\}$
$\{16~13^39^28531\}$	$\{16~13^38^372^2\}$	$\{16~13^38^3641\}$	$\{16~13^211~10~9^2531\}$
$\{16~13~12^211~76^243\}$	$\{16~13~12~11~10^3431\}$	$\{16~13~12~11~10~97642\}$	$\{16~11^210~987^34\}$
$\{16~11^2987^5\}$	$\{16~11~10^554^2\}$	$\{15^312~11~7^2431\}$	$\{15^312~11~76531\}$
$\{15^312~9^25^241\}$	$\{15^312~9^254^22\}$	$\{15^312~9865^2\}$	$\{15^214~12~11~85^3\}$
$\{15^214~12~11~84^33\}$	$\{15^214~11^210~54^21\}$	$\{15^214~11^210~5432\}$	$\{15^214~11~10^26531\}$
$\{15^214~10~8^3741\}$	$\{15^2~13^212~7652^2\}$	$\{15^2~13^212~764^21\}$	$\{15^2~13^212~76432\}$
$\{15^2~13^212~75^232\}$	$\{15^2~13^211~6^25^21\}$	$\{15^2~13^211~65^32\}$	$\{15^2~13^211~65^243\}$
$\{15^212~11~10~8^2632\}$	$\{15^210~9^387^21\}$	$\{15~14^310~7643^2\}$	$\{15~14^213~98^2531\}$
$\{15~14^210~9^3541\}$	$\{15~14^28^561\}$	$\{15~14~13^212~75^23^2\}$	$\{15~14~13^211~87531\}$
$\{15~14~13^211~7^2631\}$	$\{15~14~13^29^28531\}$	$\{15~14~13^28^372^2\}$	$\{15~14~13^28^3641\}$
$\{15~14~13~12~11~10~6531\}$	$\{15~14~13~11^29^253\}$	$\{15~14~13~11^29^2521\}$	$\{15~14~13~11^297631\}$
$\{15~14~12^2~11^27431\}$	$\{15~14~12^211~10~7531\}$	$\{15~14~12^211~7^35\}$	$\{15~14~12^211~76^252\}$
$\{15~14~12^211~765^23\}$	$\{15~14~11^3~10^2431\}$	$\{15~14~11^397651\}$	$\{15~13^398^265\}$
$\{15~13^38^3741\}$	$\{15~13^212~11~76^243\}$	$\{15~12^210~8^27^265\}$	$\{15~12~11~9^28^27^24\}$
$\{15~11^210~9^27^34\}$	$\{15~11~10^398764\}$	$\{14^398^461\}$	$\{14^213~8^572\}$
$\{14^213~8^27^45\}$	$\{14^211~10~9^386\}$	$\{14~12^398^37\}$	$\{14~12~11^310~96^2\}$
$\{14~12~11^310~7^3\}$	$\{14~12~11~10~98^373\}$	$\{14~11^310~987^22\}$	$\{14~11^39^287^23\}$
$\{14~11^2~10^29^2763\}$	$\{14~11^210~9^27^35\}$	$\{14~11~10^28^37^3\}$	$\{13^49^383\}$
$\{13^49^3821\}$	$\{13^312~8^461\}$	$\{13^311~98^37\}$	$\{13^310~9^386\}$
$\{13~12^311~97^3\}$	$\{13~12^311~8^36\}$	$\{13~12~11^2~10^286^23\}$	$\{13~12~11~8^57^2\}$
$\{13~11^4~10^254^2\}$	$\{13~11^39^287^24\}$	$\{11^510~97^22\}$	$\{11^3~10^38^274\}$
$\{11^2~10^5765\}$			

References

1. P Di Francesco, M Gaudin, C Itzykson and F Lesage, *Laughlin's wave functions, Coulomb gases and expansions of the discriminant* Int J Mod Phys **A9**, 4257-4352 (1994)

2. G V Dunne, *Slater Decomposition of Laughlin States* Int J Mod Phys **B7**, 4783-4813 (1993)
3. T Scharf, J-Y Thibon and B G Wybourne, *Powers of the Vandermonde determinant and the quantum Hall effect J Phys A:Math. Gen.* **27**, 4211-4219 (1994)